

パイプ中を流れる粉粒体による Traffic Jam の実験

中央大学理工学部物理 中原明生

要旨

鉛直に置かれたパイプ中を液体（水やシリコン・オイル）で満たし、その中を重力によって落下する粉粒体（金属球）の流れを実験によって調べた。パイプ中の金属球の数密度を連続的に変化させることにより、交通流の分野でよく知られた自由流から混雑流（Traffic Jam）への転移が得られた。レーザーを使って測定した金属球の流れの時系列データのFFT解析により、金属球の流れのパワースペクトラムがべき則に従うのは自由流から混雑流への転移点近傍のみであることが分かった。

パイプを鉛直に立て、パイプの上部に取り付けたホッパーから砂を流すと、状況に応じて砂は一様には流れずに“slug”と呼ばれる粗密揺らぎを伴って流れる [1-4]。本講演では、パイプ中を流れる粉粒体の数密度を連続的に変化させることにより、粉粒体の流れの変化を調べ、交通流でよく知られた自由流から混雑流への転移と比較した [5]。

図1は実験装置の略図である。内径9mm、長さ700mmのガラス管を鉛直に立て、上部にホッパーを取り付け、下部を三角フラスコに直接差し込んだ。使用した粉粒体は大きさのそろった滑らかな金属球であり、実際には直径1.0mmと1.7mmの鉛玉及び直径1.6mmのステンレス球を使用した。パイプ中を液体（水や粘性の異なる様々なシリコン・オイル）で満たし、ホッパーから金属球を流しこんで、パイプ中の金属球の流れを観察した。金属球を使用したのは、粉粒体の大きさをそろえるため、粉粒体の形を球にするため、それに粉粒体間の摩擦を極力押さえるための三つの理由からであり、また液体中で実験したのは粉粒体の周りに存在する流体の動きを制御しやすくするためである。

パイプ中を占める金属球の体積比 packing rate, p を変化させるために、もともと備えつけられているホッパーの上に内径のさらに小さい第二のホッパーを乗せ、第二のホッパーの内径を微妙に変化させることにより packing rate, p を調節した。図1のようにパイプの両側にレーザーと光センサーを水平に取り付け、透過光の強度の時間変化を記録して、その時系列データをFFT解析した。

図2は様々な packing rate, p に対する金属球の流れの写真であり、(a) は $p = 0.05$ 、(b) は $p = 0.18$ 、(c) は $p = 0.21$ に対応している。図3はその場合の透過光の強度の時系列データである。packing rate が小さいときは ($p < 0.18$)、図2 (a) より金属球がほぼ自由に落下していること、また図3より時系列データが white-noise 的であることが分かる。packing rate が大きいときは ($p > 0.18$)、図2 (c) よりはっきりとした“slug”が形成され金属球は集団としてゆっくりと落下していること、図3からも金属球がクラスター化していることが見て取れる。また、中間的な packing rate ($p \simeq 0.18$) は自由流から混雑流 (“slug”) への転移点であり、金属球の流れは不安定であり、粗密揺らぎが出来ては消え、特徴的な時間空間スケールが消失している。

次に、金属球の落下速度が packing rate, p の関数としてどう決まるか、図4に示した。ここで、金属球の速度として、金属球と液体の相対速度を一個の金属球の自由落下速度で

規格化した V を用い、様々な金属球と液体の組み合わせのデータを図 4 にすべて記入した。鉛玉の実験は水中で、ステンレス球を使った実験は粘性の異なるシリコン・オイル中で行った。その結果、 V は p の一意の単調減少関数であること、規格化した相対速度 V を用いれば粘性の違うシリコン・オイルの実験も同じラインにのることが分かった。また、 $p \approx 0.18$ 前後で $V-p$ ラインが曲がっているのが見て取れる。

図 4 中の実線は直径 1.7mm の鉛玉を使った場合の幾何学的な最大 packing rate ($p = 0.54$) である。点線は粉体工学の分野から得られた、重力によって沈降する粉粒体の落下速度 $V = (1-p)^2$ であり [6]、これは無限に広い系で沈降する状況でありさらに "slug" などの密度揺らぎが形成されていない場合に対して成立する。実験値がこれより小さいのは、狭いパイプ中を粉粒体が流れ、その際有限サイズ効果や壁からの摩擦などによりマクロな密度揺らぎや "slug" などが形成されているからである。

図 2 から図 4 までの結果は、交通流において自動車の数密度を増加させたときに見られる自由流から混雑流 ("Traffic Jam") への転移 [7-10] に類似している。ただし、液体で満たされたパイプ中の金属球の流れが交通流の議論の様に packing rate, p のみで表せるのはレイノルズ数 Re が $Re > 10$ を満たす高レイノルズ数領域のみであり、 $Re < 10$ のような低レイノルズ数領域では流体の粘性によりマクロな密度揺らぎが発達できず、従って "slug" の形成は抑えられる。ここで、レイノルズ数は $Re = dv/\nu$ であり、 d は金属球の直径、 v は金属球の (規格化されていない) 落下速度、 ν は液体の動粘性率である。

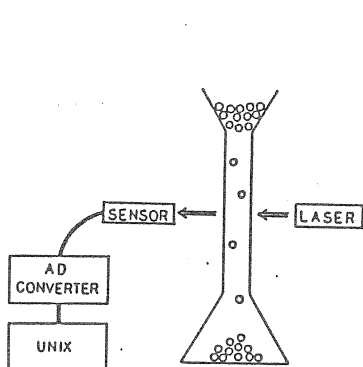
最後に、金属球の流れの FFT 解析の結果のパワースペクトラム $P(f)$ を図 5 に示す。透過光の時系列データはホッパー直下から 400mm 下がった位置で測定した。(パイプの長さは 700mm なのでほぼ中間位置にあたる。) ここでは、直径 1.7mm の鉛玉と水を使い、packing rate, p は $p = 0.05$ から $p = 0.36$ までの間をほぼ 10 分割している。ちなみに、この場合の最大 packing rate は実験的には $p = 0.54$ である。ビデオ・カメラを使った撮影・解析により、 $3\text{Hz} < f < 100\text{Hz}$ が個々の金属球の運動に対するミクロな時間スケールであり、 $f < 3\text{Hz}$ が集団としての運動 ("slug" など) に対するマクロな時間スケールであることが分かっている。

図 5 より packing rate が小さいときは ($p < 0.18$)、マクロな粗密揺らぎが出来ていないため低周波数領域 ($f < 3\text{Hz}$) では $P(f)$ は white-noise 的になっている。それとは逆に packing rate が大きいときは ($p > 0.18$)、安定な多くの "slug" が形成されているため、 $P(f)$ の低周波数成分 ($f < 3\text{Hz}$) が相対的に強くなっている。転移点近傍 ($p \approx 0.18$) のみで、 $P(f)$ は広い周波数成分領域でべき則 $P(f) \sim 1/f^\alpha$ に従い、このとき指数 α は $0.5\text{Hz} < f < 50\text{Hz}$ の範囲で $\alpha = 0.81 \pm 0.01$ で与えられる。

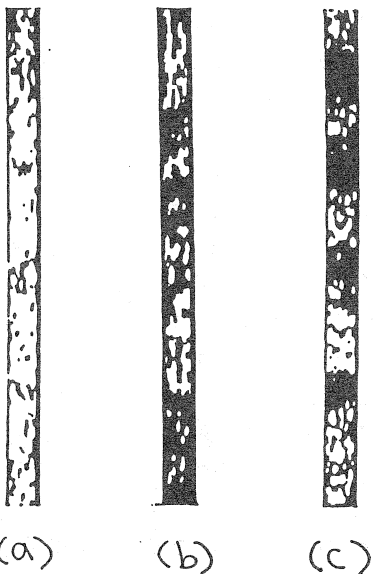
従来、Traffic Jam ではパワースペクトラムが $1/f$ 揺らぎに従う、と報告されてきた [11]。本講演によるパイプ中を流れる粉粒体の流れの実験により、自由流から混雑流への転移点近傍のみで、パワースペクトラムがべき則 $P(f) \sim 1/f^\alpha$ に従うことが得られた。この結果は Lattice-Gas-Automata (LGA) を使った粉粒体の流れの数値実験 [4] 及び (2次元ではあるが) 交通流の自由流から混雑流への転移点でのみ $1/f$ 揺らぎが現れるという数値実験 [12] の結果と定性的に一致している。

参考文献

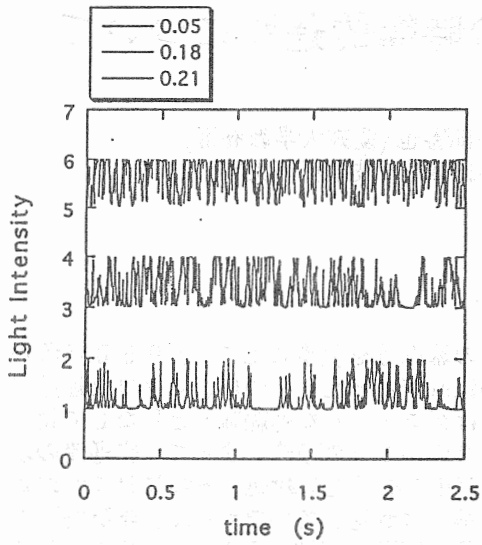
- [1] T. Pöschel, J. Phys. I France 4, 499 (1994).
- [2] S. Horikawa, A. Nakahara, T. Nakayama, and M. Matsushita, J. Phys. Soc. Jpn. 64, 1870 (1995).
- [3] T. Raafat, J. P. Hulin, and H. J. Herrmann, Phys. Rev. E 53, 4345 (1996).
- [4] G. Peng and H. J. Herrmann, Phys. Rev. E 49, R1796 (1994), Phys. Rev. E 51, 1745 (1995).
- [5] A. Nakahara and T. Isoda, (in preparation).
- [6] G. B. Wallis, *One-dimensional Two-phase Flow* (McGraw-Hill, New York, 1969).
- [7] K. Nagel and M. Schreckenberg, J. Phys. I France 2, 2221 (1992).
- [8] O. Biham, A. A. Middleton, and D. Levine, Phys. Rev. A 46, R6124 (1992)
- [9] K. Nagel and H. J. Herrmann, Physica A 199, 254 (1993).
- [10] M. Takayasu and H. Takayasu, Fractals 1, 860 (1993).
- [11] T. Musha and H. Higuchi, Jpn. J. Appl. Phys. 15, 1271 (1976).
- [12] T. Nagatani, J. Phys. Soc. Jpn. 62, 2533, (1993).



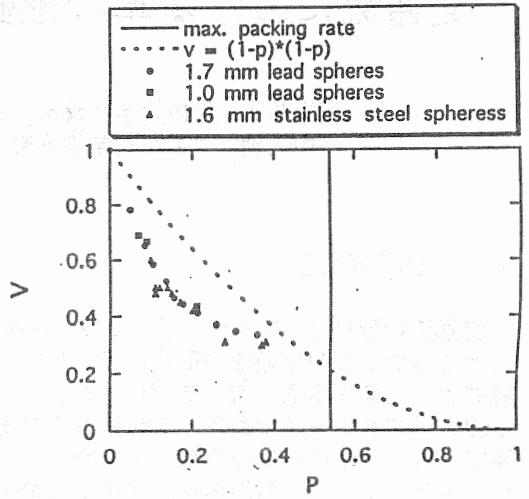
☒ 1



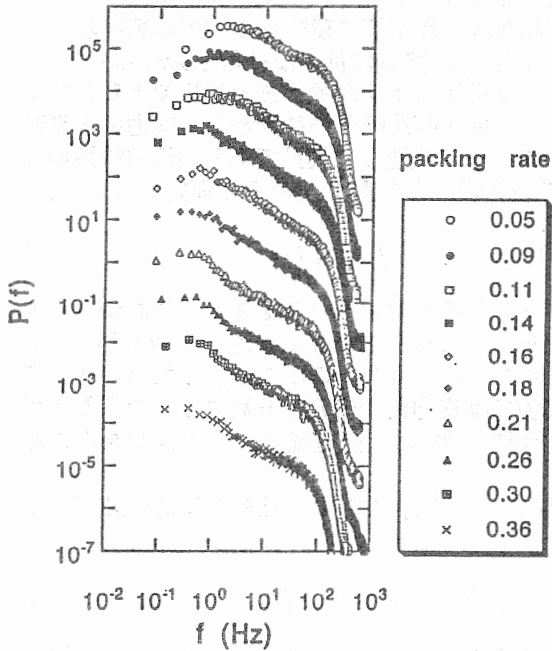
☒ 2



3



4



5