

数値シミュレーションによる正方格子上的交通流問題

榊原 健人, 堀口 剛

東北大学大学院 情報科学研究科

現在のように交通機関が高度に発達したクルマ社会においては, 交通渋滞の発生は好ましくない問題である. そこで, この交通渋滞がいかにか形成され発展するかを調査・研究することは現代社会において重要なことである.

Biham 等 [1] は, 都市全体を想定した二次元空間での交通流のモデルとして正方格子状の都市を考えた. 車は格子点上にのみ存在するとして, 正方格子を上向きにしか進まない車と, 右向きにしか進まない車を想定した. 初期状態として車を格子点上にランダムに配置してからシミュレーションをおこなった. その結果, 都市の中を走る車の数を増やすと, 車が自由に動ける状態 (自由移動相) から都市の中に車が帯状に渋滞している状態 (渋滞相) に移る相転移が発生することを報告した.

Cuesta 等 [2] は車にある確率で進行方向を変えることを許すモデルを考えた. 彼等の数値シミュレーションによる研究で, 車の密度と車の平均移動速度との関係において自由移動相から渋滞相への変化は一次相転移的であることが明らかにされた. さらに, この一次相転移は進行方向を変える確率によって, その転移点が変わることが明らかにされた. このモデルの理論的解析が Molera 等 [3] によってなされ, 自由移動相における車の密度と車の平均移動速度との間に進行方向を変える確率によらない振舞いがあることや, 渋滞相での車の平均移動速度の解析結果などが報告された.

これらの研究 [1,2,3] では, 格子点はすべて交差点であるので, ある交差点からみてその隣の格子点は交差点という都市を想定したモデルとなっている. しかし現実に存在する都市と車の動きを考えると, 車がある交差点から次の交差点までの間を移動するのにいくらかの時間がかかる. このような事情のもとに, 我々は Cuesta 等 [2,3] の用いたモデルを拡張し, 各交差点の間に車が存在できる副格子点を設けた正方格子状の都市を想定し, 都市の中を走る車の密度と車の平均移動速度の関係について研究する. 数値シミュレーションは Cuesta 等 [2,3] と同様の方法を用いる.

都市のモデルとしては, 各ボンドに1つの副格子点がある $L \times L$ の正方格子を想定し, 4本のボンドが交わる各格子点は交差点であるとする. したがって, 交差点と交差点の間には一つの副格子点がある. 交差点および副格子点には最大一台の車しか存在できないものとする. 道路は正方格子上のボンドであり, 車の進行方向は上向きと右向きのみとする. 各交差点には信号機を設置し, 偶数時刻ステップには上向き, 奇数時刻ステップには右向きの進行のみを許す. 信号の表示はすべての交差点で同じであるとする.

都市の中を動く車の台数は N 台で, そのうちの半分は, 主に上向きに移動し方向転換率 γ ($\gamma \leq 1/2$) で右向きに移動する μ 型車であり, 残り半分はこれと逆の性質を持つ ν 型車であるとする.

車の存在できる格子点の数は $3L^2$ である。数値シミュレーションは次のように行う。はじめに N 台の車を、交差点、副格子点の区別なく等しい確率で格子点上に配置する。毎時刻ステップについてすべての車について、信号機の表示、車の希望進路、および進行先の格子点の車の有無を調査する。この結果により、すべての移動可能な車を一斉に移動させ一時間ステップを終了する。次の時間ステップも同様に行う。時間発展の同期更新モデルをとる。境界条件としては周期的境界条件を用いる。

車が従う微視的動力学方程式の作り方を説明する。交差点、 x 方向のボンド上の副格子点、 y 方向のボンド上の副格子点それぞれについて、その格子点に車が留まる条件と、その格子点から車が出ていく条件を記述し、それをもとに各格子点上の車の時間発展についての微視的動力学方程式を記述する。以下では μ 型車についてのみ具体的に説明するが、 ν 型車についても同様に考えられる。

(1) 交差点にいる車がそこに留まる条件 (停留条件)

この条件のあてはまるものとして次の二つの場合がある。第一に、車の希望進路と信号の表示方向が一致しない場合である。第二に、車の希望進路と信号表示方向が一致しているにもかかわらず、進行先の次の格子点上に車が存在しているために進めない場合である。

(2) 交差点にいる車がそこから出る条件 (移動条件)

交差点にいる車がその車の希望進路と信号の表示方向が一致し、かつ、進行先に車が存在しない場合である。

(3) x 方向のボンド上の副格子点にいる車がそこに留まる条件 (停留条件)

これには二つの場合がある。まず、進行先である交差点に車がいるときは進めない。もう一つは、進行先の交差点について下方向のボンド上の副格子点にも車がある場合である。副格子点には信号機は設置していないので、このままでは次の時間ステップで両方の車が同時に交差点に進入し衝突する可能性が考えられる。それを防ぐために、交差点の信号表示方向を参照して進行を許している側にある副格子点にいる車を優先的に交差点に入れることにした。このタイプレールを設定することにより、 x 方向のボンド上の副格子点にいる車は、 y 方向のボンド上の副格子点に車が存在し、信号表示方向が上向きときは交差点に進入できない。

(4) x 方向のボンド上の副格子点にいる車がそこから出る条件 (移動条件)

これにも二つの場合がある。一つは、交差点とその交差点について下方向のボンド上の副格子点の双方に車が存在しない場合は無条件に交差点に進入できる。また、(3) に示したタイプレールから、進行先の交差点について下方向のボンド上の副格子点に車は存在しても、交差点の信号表示方向が右向きの場合、車は交差点に進入できる。

y 方向のボンド上の副格子点の停留条件・移動条件は x 方向のボンド上の副格子点の条件と同様に求めることができる。

以上のことをもとに時間発展の微視的動力学方程式を作り、数値シミュレーションを行い、その結果から車の密度と車の平均移動速度との関係を表す相図を求め、Cuesta 等 [2,3] が用いたモデルから得られた結果の相図（ここで掲載する Cuesta 等 [2,3] のモデルの相図は追試験したものである）との比較をおこなう。

数値シミュレーションは、状態が安定してから 10 万時間ステップ経過させたところでシミュレーションを終了させた。得られた車の密度と車の平均移動速度との相図を図 1 に示す。

我々のモデルについても, Cuesta 等 [2,3] のモデルの結果と同様に, 方向転換率 γ に依存する形で自由移動相から, 渋滞相への一次相転移的な振舞いが見られた. Cuesta 等 [2,3] のモデルの結果と比較すると, 次の二点において違いがある. 第一の違いは, 自由移動相の振舞いである. 特に自由移動相での車の密度と車の平均移動速度との関係に γ に依存する振舞いが見られたことである. これは, 方向転換率 γ が小さくなると, 車は自分が本来進む方向 (μ 型なら上向き, ν 型なら右向き) を選択することが多くなり, 車の進行希望方向と信号の表示方向とが一致しやすくなる. そして次の交差点に入るときには 2 時間ステップ経過しているの希望進路と信号表示方向は一致しやすくなる. つまり, 信号表示と自分の進行希望方向とが同期したためと考えられる. 第二の違いは, 相転移する車の密度が Cuesta 等 [2,3] のモデルと比べて図中では小さくなっていることである. これについては車の「密度」の定義が Cuesta 等 [2,3] のモデルと我々のモデルでは異なるからである. Cuesta 等 [2,3] は車の台数 N 台を交差点の総数 L^2 で割り算して定義しているのに対し, 我々のモデルでは N を交差点と副格子点の総数 $3L^2$ で割り算して定義しているためである. つまり, 同じ車の密度でも Cuesta 等 [2,3] のモデルと比べて我々のモデルの都市では 3 倍の車が入っているのである. したがって, 車の台数としてみると, 渋滞は緩和されていることになる.

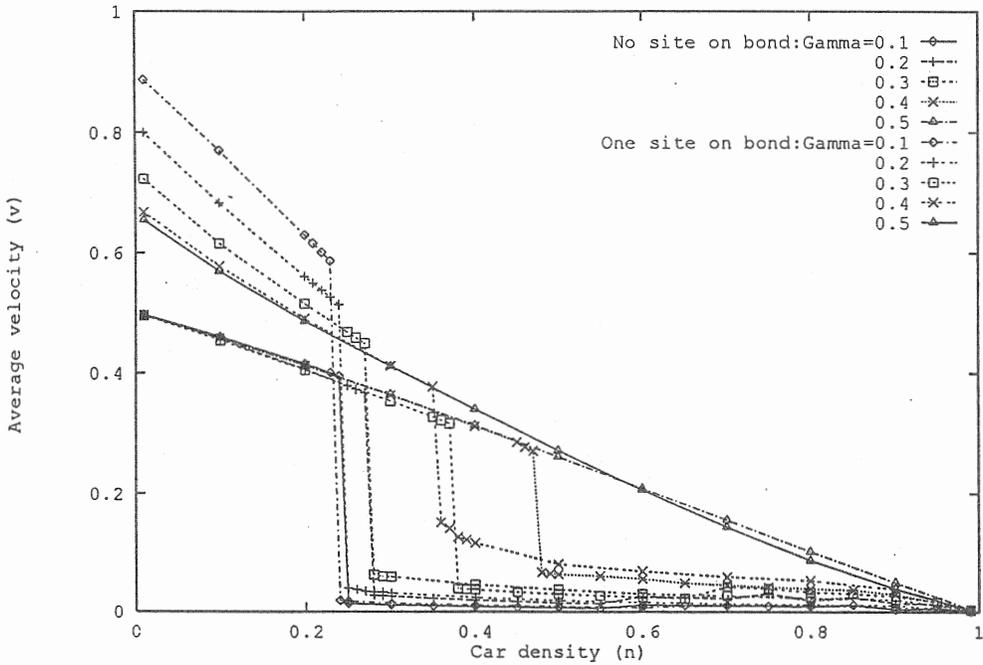


図1 今回のモデルと Cuesta 等のモデルの比較 (都市サイズ $L=64$)

次に, 方向転換率 $\gamma = 0.5$ での車の密度 n から平均移動速度 v の近似解を求める. 方法として, 微視的動力学方程式から, μ 型車と ν 型車が, 交差点と副格子点にどのくらい存在するのかを求め, 切断近似をおこなって n の 0 の近傍と 1 の近傍について 3 次まで展開する. すなわち,

$$p_0 = \frac{n}{3} - \frac{7n^2}{36} - \frac{23n^3}{216} \quad (n \simeq 0 \text{ のとき}) \quad (1)$$

$$p_0 = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}(1-n) + \frac{6}{125}(1-n)^2 - \frac{414}{3125}(1-n)^3 \quad (n \simeq 1 \text{ のとき}) \quad (2)$$

となる. ここで p_0 は, $p_0 = \frac{1}{3L^2} \sum_{r=(1,1)}^{(L,L)} \mu_{r,0}^l$ で, μ 型車または ν 型車が交差点に平均何台存在するかを表している. これをもとにして n の 0 の近傍と 1 の近傍についての車の平均移動速度を求める. 一時間ステップ当たりの車の平均移動速度の式は,

$$v^{(i)} = \frac{1}{2N} \sum_{r=(1,1)}^{(L,L)} \left\{ \left(\mu_{r,0}^{l+1} - \mu_{r,0}^l \right)^2 + \left(\mu_{r,h}^{l+1} - \mu_{r,h}^l \right)^2 + \left(\mu_{r,v}^{l+1} - \mu_{r,v}^l \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\nu_{r,0}^{l+1} - \nu_{r,0}^l \right)^2 + \left(\nu_{r,h}^{l+1} - \nu_{r,h}^l \right)^2 + \left(\nu_{r,v}^{l+1} - \nu_{r,v}^l \right)^2 \right\} \quad (3)$$

で与えられるので, この式を 3 次まで展開して次を得る.

$$v = \frac{2}{3} - \frac{13n}{18} - \frac{11n^2}{27} + \frac{161n^3}{432} \quad (n \simeq 0 \text{ のとき}) \quad (4)$$

$$v = \frac{2}{5}(1-n) + \frac{26}{125}(1-n)^2 + \frac{506}{3125}(1-n)^3 \quad (n \simeq 1 \text{ のとき}) \quad (5)$$

この式と数値シミュレーションの結果との比較は講演で行う.

以上をまとめると, 本研究では, 各ボンド上に一つ副格子点を持つ正方格子を考え, 4 本のボンドが交差する格子点上には信号機があり, 車は各格子点上に存在すると設定した, 正方格子状の都市をモデルのモデルを使って自動車の交通流の数値シミュレーションとその解析を行った. 本研究で用いたモデルについても Cuesta 等 [2,3] のモデルと同様に, 車の平均移動速度と車の密度の関係に一次相転移的な結果が得られた. また, 車の自由移動相においては車の平均移動速度に方向転換率 γ に依存する振舞いが得られた.

ボンド上の副格子点を 2 つ, 3 つと増やしたときの車の平均移動速度と車の密度との相関を求めることを現在研究中である.

この研究においてこの問題の議論に参加して下さい, いろいろ有益な助言を下された本田 泰助手に感謝します.

[1]O. Biham, A. A. Middleton, and D. Levine, Phys. Rev. A 46, R6124 (1992)

[2]J. A. Cuesta, F. C. Martinez, J. M. Molera, and A. Sanchez, Phys. Rev. E 48, R4175 (1993)

[3]J. M. Molera, F. C. Martinez, J. A. Cuesta, and R. Brito, Phys. Rev. E 51, 175 (1995)