

# 一次元交通流の数値シミュレーション - 要素と全体の観点から -

湯川 諭

大阪大学大学院理学研究科

## 1 始めに

交通流の現象を理解することは社会的に重要であり、また物理的にも大変興味もたれる問題です。それは、交通流に存在している物理的現象が非常に多岐にわたっており、それらを解明することは、大変な社会問題になっている交通渋滞を解消できるかもしれないという可能性に直接つながるからです。

また、近年の物理学では「要素」をモデル化しその集団運動としての「全体」を研究するという立場の手法が確立しつつあります。ここでは交通流を「要素」と「全体」の観点からとらえ、結合写像格子という概念を用いてモデル化を行ない研究した成果を報告します。

## 2 モデルとその基本的な性質

これらを具体的に考えるために、私たちは結合写像格子を使った一次元交通流モデルもちいます [1-3]。モデルの詳細は別の論文に譲るとして、ここではモデルのエッセンスだけを示しましょう。モデルは離散時間、連続空間上で記述され、一台一台の車の運動を個別に取り扱います。また、速度を単位時間あたり進んだ距離として定義するので、車間距離と現在の速度から次の速度を決める写像が基本となります。まず、一台の車の運動から考えましょう。それは、次のような写像で与えられます。

$$\begin{aligned}v^{t+1} &= F(v^t; v^F) \\ &\equiv \gamma v^t + \beta \tanh\left(\frac{v^F - v^t}{\delta}\right) + \epsilon\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、 $v^t$  と  $v^F$  はそれぞれ時刻  $t$  での車の速度、運転手が走りたいと思っている速度 (希望速度) を表します。これ以外の  $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ 、 $\epsilon$  はパラメーターで一台の車の運動を決めます。これからのシミュレーションでは、常に  $\beta = 0.6$ 、 $\gamma = 1.001$ 、 $\delta = 0.1$ 、 $\epsilon = 0.1$  とすることにします。

次に車の間の相互作用を決めましょう。これも同じ様に速度の写像として与えます。この写像を前を走っている車と、自分との間の車間距離、また現在の自分の速度の写像として与えましょう。次のような状況を考えます。いま注目している車 A の位置を  $x_A$  として、その前の車 B の位置を  $x_B (> x_A)$  としましょう。そのときの車間距離  $\Delta x$  を車の長さ  $l$  をつかって、

$$\Delta x = x_B - x_A + l\quad (2)$$

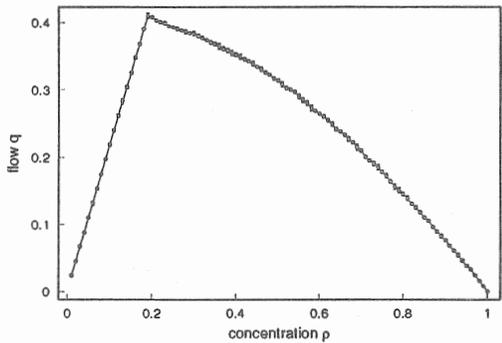


図 1: 全系の密度と流量の関係。系の大きさは車の大きさを単位として 1000 で、10 サンプルの平均を取った。それぞれは、5000 時間ステップ緩和させた後の 1000 時間ステップの平均である。

というようにします。この車間距離が車 A の速度  $v_A^t$  より小さいとき、次の速度を  $\Delta x$  とします。また、車間距離が車 A の速度よりは大きい、ある値  $\alpha v_A^t$  より小さいとき、次の速度を

$$\begin{aligned}
 v_A^{t+1} &= G(\Delta x, v_A^t; v_A^F) \\
 &\equiv \frac{F(v_A^t; v_A^F) - v_A^t}{(\alpha - 1)v_A^t} (\Delta x - v_A^t) + v_A^t
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

とします。この二つが写像を構成し、車の次の時刻での速度を決め、また同時に、車どうしの相互作用も決めています。したがってこの写像を使うことによって、車が減速したり衝突を避けたりします。速度の写像ができたので、シミュレーションの方法を説明します。ここでは、閉じたサーキットを考えましょう。車の初期状態として、希望速度を 2.0 から 4.0 の一様分布に取り、車の位置をサーキット上にランダムに配置します。速度のアップデートは次の様に行います。まず、車間距離を測定し、その測定した車間距離と現在の速度に応じて位置をアップデートします。次に、いま測定した車間距離と現在の速度から、先に構成した写像をもちいて次の速度を決定します。この過程をシミュレーションの単位時間とし、シミュレーションを行います。

シミュレーションの結果を示しましょう。まず、全系の密度と流量の関係を図 1 に示します。ここで流量は平均速度に密度をかけたもので定義します。この図は交通工学の分野では交通流 - 密度相関図や基本図などと呼ばれているもので、系のマクロな性質を表しています。この図から流量がある密度に対して最大になっていることがわかります。この密度は車が自由に走っている相と渋滞している相を分離していることが既にわかっており [1]、この密度より小さい密度領域は自由流に対応し、大きい方は渋滞流に対応しています。また実際に交通工学の方で観測されている交通流 - 密度相関は、この図と少し観測状況が違います。そのため、実際に観測されているのと同じ状況で、相関図を計算した図を図 2 に示しておきます。この図は、実際の観測を非常に良く定性的に再現しておりモデルの有効性を示してい

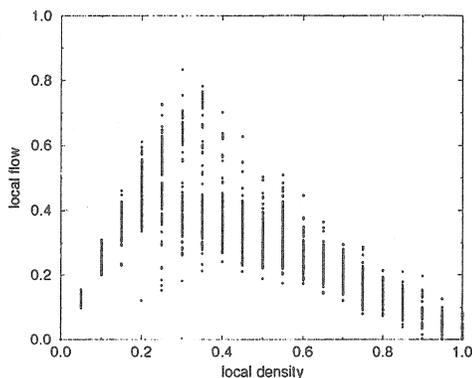


図 2: 局所的な流量 - 密度相関図。系の大きさは 500 で 1000 時間ステップ緩和させ、100 時間ステップ局所的な長さ 20 の区間で観測した。そこでの密度と流量をそのままプロットし、全系の密度を変えて得られた結果を重ね合わせた。

ます。

### 3 1/f 揺らぎ

交通流で非常によく知られている現象のひとつに  $1/f$  揺らぎの問題があります。この現象は 1976 年に武者らによって最初に報告されました [4, 5]。武者らは東名高速で一定時間内に通過する車の通過時間を測定し、それから交通流の揺らぎのパワースペクトラムを得ました。その結果、パワースペクトラムの低振動数領域にべき乗則をみつけ、振動数を  $f$  として  $1/f^\alpha$  という形でフィッティングできることを発見しました。彼らはデータのフィッティングから  $\alpha = 1$ 、いわゆる  $1/f$  揺らぎ、を発見し [4]、またデータを Burgers 方程式で解析した結果からは、 $\alpha = 1.4$  という結果を得ています [5]。そのようなパワースペクトラムに見られるべき乗則についてさまざまなモデルが提案され、調べられてきました。交通流の問題ではセルオートマトンを使ったモデルがあり、ここでは局所的な密度揺らぎに  $1/f$  揺らぎが観測されています [6, 7]。ここでは、交通流に存在する  $1/f$  揺らぎの問題を、結合写像を用いたモデルで考えてみましょう。

さて今のモデルで密度揺らぎを考えてみましょう。実際に測定している状況を考え、密度の時系列をある区間で計算します。そして、得られた時系列からパワースペクトラムを計算します。図 3はその結果を示しています。この図では、系の大きさは車の長さを単位として 100000 あり、測定した区間は長さ 20 です。また、全系の車の密度は 0.19 で、自由流相に対応しています。プロットは 30 個の初期配置、希望速度分布の違うサンプルの平均を取っています。この図から見てわかるように、明らかにある振動数領域でべき乗則が見られます。そのべき乗則を示している領域に示している直線の傾きは  $-1.8$  です。

このように渋滞が発生する前には、べき乗則が再現されました。それでは、渋滞が発生し

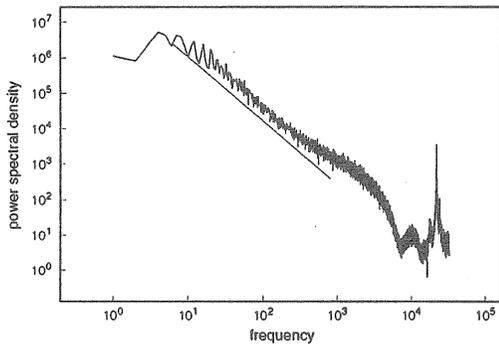


図 3: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プロット。車の密度は 0.19 で、系の大きさは 100000、測定した区間は 20 である。400000 時間ステップ緩和させ、その後の 65536 時間ステップ測定した。図中の直線は傾き  $-1.8$  である。30 サンプルの平均をとった。

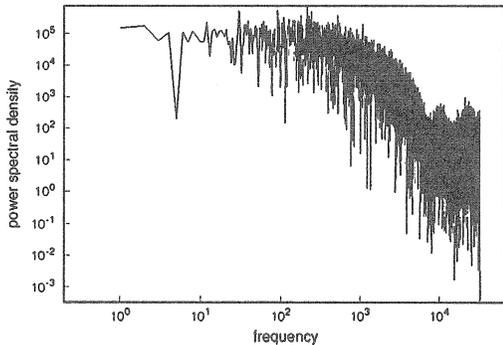


図 4: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プロット。車の密度は 0.20 で、系の大きさは 100000、測定した区間は 20 である。緩和時間、測定時間は図 3 と同じであるが、サンプル数は 1 つである。

てからはどうでしょうか？ 渋滞が発生している密度領域での密度揺らぎを図 4 にしめします。今度の図には、べき乗則は現れてはおらず、かなりの振動数領域にわたってホワイトノイズ的な振る舞いが見られます。さらに密度を細かく分けて見てみましょう。図 5 に示した図は、渋滞が発生していない領域と渋滞が発生している領域の境で密度揺らぎがどのように変化するか示した図です。(a) は密度が 0.197575、(b) は密度が 0.197576 に対応しており、それぞれ渋滞発生直前、直後に対応しています。この結果から、明らかにわかることは渋滞が発生する前は、かなりの周波数領域にわたってべき乗則がみられ、そして一度渋滞が発生してしまうと、べき乗則がなくなることです。これは、渋滞が発生する前は長時間相関が存在し、発生してしまうと長時間相関がなくなってしまうことを表しています。

密度揺らぎのパワースペクトラムがべきになっている状況を調べるために、図 3 と同じ長さ、同じ密度の系で密度プロファイルのスナップショットを調べてみました。図 6 がその結

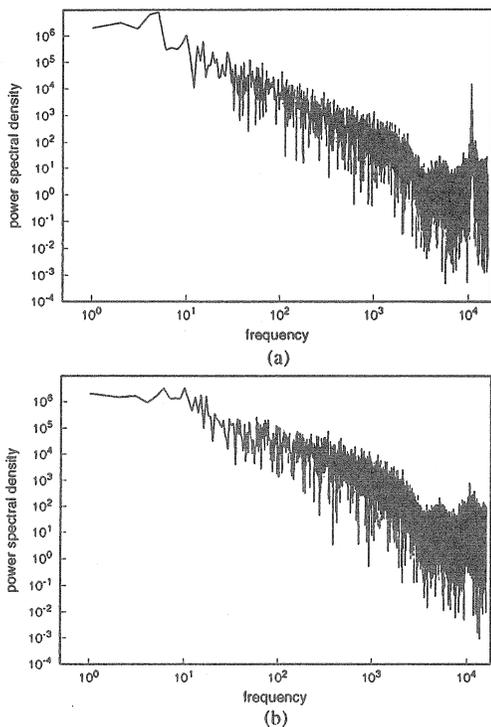


図 5: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プロット。系の大きさは 200000、緩和時間は 800000 時間ステップ、測定時間は 32768 時間ステップ。サンプル数は 1 つである。(a) は密度が 0.197575、(b) は密度が 0.197576 である。それぞれ順に渋滞発生直前、渋滞発生直後に対応する。

果です。この結果からすぐにわかることは車がクラスターを形成していることです。また、その形成されたクラスター内の平均密度が 0.33 であることもわかります。そして、そのクラスターが所々で揺らぎによって乱れているのが見て取れます。クラスター内における平均密度が 0.33 であることは、その中での平均車間距離が 2(車の平均車頭距離では 3) であることを反映しています。そして、このクラスター内の平均車間に対応したピークが図 3 の高振動数側の鋭いピークとなって現れています。また、図 1 からわかるように低密度では平均速度は、希望速度がもっとも小さい車の速度に一致します。この速度から車が一周する時間を計算でき、それが図 3 の低振動数側のカットオフを決めていることがわかります。また、車がクラスターを形成していることがわかったので、車間距離分布も計算してみました。この結果を、図 7 に示します。この図から明らかにわかることは、車間距離の分布がある冪乗則にしたがって分布しているということです。車間距離はある程度車が存在する時には、直接車の速度に関係するので、これが、車の密度揺らぎが冪乗則にしたがっている原因だと考えられます。

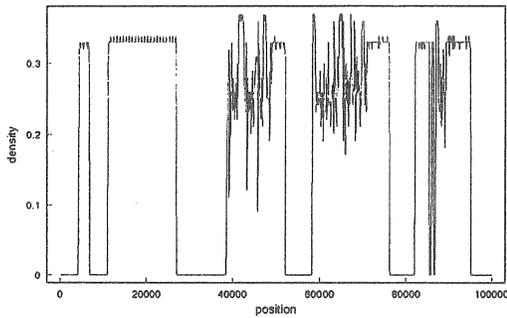


図 6: 密度プロファイルのスナップショット。系の大きさは 100000、車の密度は 0.19 である。500000 時間ステップ緩和させて、スナップショットを取った。密度は系を 1000 に分割して計算した。

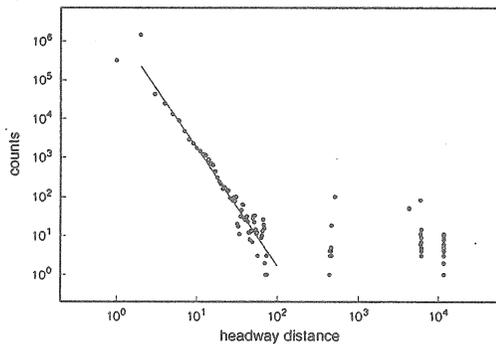


図 7: 車間距離の分布の両対数プロット。系の大きさは 100000 で車の密度は  $\rho = 0.19$  とした。100 時間ステップの測定を 500000 時間ステップの緩和の後にしない、分布は小数点以下を切捨てて勘定した。図中の直線の傾きは  $-3.021$  である。

#### 4 まとめ

一次元の交通流に対して、結合写像を用いたモデル化を行ないその基本的な性質を調べました。その結果、流量-密度相関図を定性的に再現することができました。また、そのモデルを用い密度揺らぎについて調べました。ここでは、冪乗則に従う密度揺らぎを見つけ、その原因が車間距離の分布に存在する冪乗則であることを発見しました。車間距離が冪乗則に従い分布するために、その直接的な影響を受ける速度が冪乗則に従い、密度揺らぎが冪乗則にしたがっていると考えることができます。

#### 参考文献

- [1] S. Yukawa and M. Kikuchi: J. Phys. Soc. Jpn. 64 (1995) 35.

- [2] 湯川論: 物性研究 65-1 (1995) 10月号 117
- [3] S. Yukawa and M. Kikuchi: *Preprint OUCMT95-5*
- [4] T. Musha and H. Higuchi: *Japan. J. appl. Phys.* 15 (1976) 1271.
- [5] T. Musha and H. Higuchi: *Japan. J. appl. Phys.* 17 (1978) 811.
- [6] M. Takayasu and H. Takayasu: *Fractals* 1 (1993) 860.
- [7] K. Nagel and M. Paczuski: *Phys. Rev. E* 51 (1995) 2909.