

二次元交通模型における渋滞に及ぼす速度異方性の影響

一 加速・減速を考慮した異方的速度二次元モデル 一

及川 浩和・福井 稔・石橋 善弘

1 要旨

二次元のセルオートマトンモデルにおいて、上方向に移動する車の速度が一定で、右方向に移動する車の速度がより高速で進行する異方的速度二次元モデルと、状態更新の規則をNagelモデルと同様、速度の加速・減速を考慮した異方的速度二次元モデルの速度異方性の影響をシミュレーションして比較する。また、二次元フーリエ解析により特徴的なセル図のパターンの解析を行った。さらに、特徴的なセル図におけるクラスタの大きさの分布を求めた。

ここで扱うモデルは、ある1つのサイトに、車が存在するか、または、上方向に移動する車があるか、右方向に移動する車があるかの3つの状態のいずれかとなる、いわゆる二次元3状態のセルオートマトンモデルである。状態の更新は、最初に二次元正方格子点(100×100)に、上方向に移動する車と右方向に移動する車をランダムに配置する。系全体には交通信号があり、先ず上方向に移動する車が一齐に進行し、次に右方向に移動する車が一齐に進行する過程を繰り返す。格子の各行各列には、周期境界条件を取り入れている。タイムステップは最大10000ステップで、初期配置の異なる100モデルでシミュレーションを行った。

2 異方的速度二次元モデル

速度は1タイムステップに前進できる格子数で定義する。上方向に移動できる車の最高速度 V_{mu} (u :upward) を1 (1タイムステップに対して1格子移動) に固定して、右方向に移動できる車の最高速度 V_{mr} (r :rightward) を2の場合、3の場合、4の場合 (1タイムステップに対して最大移動格子数) と変える。車の台数は上方向と右方向共に同数にして、密度を変えて平均速度を求めた。上方向の平均速度 V_{1u} は $V_{1u} = (1 \times N_{1u}) / N_u$, (N_{1u} : 上方向へ1ステップ移動した車の数, N_u : 上方向へ移動する車の総数) で表し、右方向の平均速度 V_{ir} は $V_{ir} = (\sum_i N_{ir}) / N_r$, (N_{ir} : 右方向へ*i*ステップ移動した車の数, N_r : 右方向へ移動する車の総数) で表す。密度 P は、 $P = (N_u + N_r) / L^2$, (L : 格子の大きさ) で表す。

3 加速・減速を考慮した異方的速度二次元モデル

状態の更新においてNagelのモデルと同様に加速・減速の規則を異方的速度二次元モデルに付加した場合を考える。現在、車の速度 V が最高速度 V_m より小さく、かつ、車の前方の格子が $V+1$ 個以上あいているとき速度を $V+1$ とし、逆に現在、車の前の空の格子数が j ($j \leq V$) のとき車の速度を $V=j$ に更新した後に移動する過程を繰り返す。ここでは最初のNagelモデルに含まれている確率論的減速過程は除いてあり、すべて決定論的過程を取り扱っている。

4 シミュレーションの結果の比較

$V_{mr}=3$ における密度と平均速度との関係を表すグラフを図1に示す。グラフ上の×印は異方的速度二次元モデル、+印は加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルを表す。異方的速度二次元モデルと加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルは共に、速度の早い車（右方向）が速度の遅い車（上方向）から影響を受けるために V_r が低下し、遅い車の速度自身は $V_u=1$ で一定である相（one-sided blocking phase）と、上方向に移動する車と右方向に移動する車が互いに妨害を起こすために、 V_r と V_u が共に低下し始める相（mutual-blocking phase）と、渋滞を起こし完全に停止する相（jam phase）がある。加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルの方が、前方の減速した車に後方の加速した車が追いつき部分的なjam（クラスタ）が生じ易くなるために、そのクラスタを核にして完全渋滞相への転移が起こり易くなると考えられる。したがって、完全渋滞相への相転移密度は、異方的速度二次元モデルより低密度側へシフトする。それぞれの相におけるセル図を図2-1から図2-6に示す。セル図の△は上方向へ移動する車で、○は右方向へ移動する車を表している。one-sided blocking phaseではセル図に右下がりの縞が現れる（図2-1, 図2-4）。また、mutual-blocking phaseでは右上がりの帯が現れる（図2-2, 図2-5）。jam phaseでは、渋滞を起こし完全に停止状態となる（図2-3, 図2-6）。以上のようなセル図の特徴的な3つのパターンは、 $V_{mr}=2, V_{mr}=4$ においても同様に存在する。最高速度別に異方的速度二次元モデルと加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルの密度と平均速度との関係を表すグラフを図3と図4に示す。+印は $V_{mr}=2$, ×印は $V_{mr}=3$, *印は $V_{mr}=4$ の場合を表す。完全渋滞相への相転移密度は図1で示したと同様に、加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルの方が異方的速度二次元モデルより低密度側へシフトする。また、加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルにおいて、 V_{mr} の値が大きいほど前方の減速した車に後方の加速する車が早く追いつき、 V_{mr} の値が大きいほど低密度でも部分的なjamが生じ易いために、 V_{mr} の値が大きいほど完全渋滞相への相転移密度は低密度側にシフトする。

5 2次元フーリエ解析によるセル図の解析

異方的速度二次元モデルにおけるone-sided blocking phase ($V_{mr}=3, P=0.16$) と mutual-blocking phase ($V_{mr}=3, P=0.24$) のセル図において、右方向に移動する車と上方向に移動する車を別々に分けたセル図を図5-1と図5-2に示す。one-sided blocking phaseのセル図の右下がりの縞のパターンは、右方向に移動する車に見られるのに対して、上方向に移動する車はランダムに配置している。それに対して、mutual-blocking phaseのセル図では、右方向に移動する車はランダムに配置しているのに対して、上方向に移動する車に右上がりの帯のパターンが見られる。そこで右下がりの縞と右上がりの帯の見られるセル図において、二次元の基本周期正方形の等分メッシュ点での関数値 F_{rs} を車が配置されていれば1, 配置されていなければマイナス1にして、2次元フーリエ解析を行い、フーリエ係数の大きな値だけを取り出し元のセル図を再合成すると

図6のようになる。セル図を再合成することにより、セル図のある一定のパターンが強調される。したがって、one-sided blocking phaseのセル図の右下がりの縞の場合は、右下がりの縞のパターンが強調され、元のセル図の傾きが3であることが強く出ている。また、mutual-blocking phaseのセル図の右上がりの帯の場合は、右上がりの帯のパターンが強調され、元のセル図の帯が周期的に現れることが明らかになった。異方的速度二次元モデルにおけるその他の最高速度 ($V_{mr}=2, V_{mr}=4$) の場合も、加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルの場合も、one-sided blocking phaseのセル図を再合成すると、右下がりの縞のパターンが強調され、 $V_{mr}=2$ のときは元のセル図の傾きが2であること、 $V_{mr}=3$ のときは傾きが3であること、 $V_{mr}=4$ のときは傾きが4であることが強く現れる。また、mutual-blocking phaseのセル図を再合成すると、右上がりの帯のパターンが強調され、元のセル図のパターンが周期的に現れることが明らかになった。

6 one-sided blocking phaseとmutual-blocking phaseのクラスタの大きさの分布

図7は異方的速度二次元モデルにおけるone-sided blocking phase ($V_{mr}=3, P=0.16$) と mutual-blocking phase ($V_{mr}=3, P=0.24$) のセル図の、クラスタの大きさと積算個数との関係を両対数のグラフ上にプロットしたものである⁽⁴⁾。one-sided blocking phaseのセル図の場合も mutual-blocking phaseのセル図の場合もグラフ上で点がほぼ直線的に並ぶ。異方的速度二次元モデルにおけるその他の最高速度 ($V_{mr}=2, V_{mr}=4$) の場合も、加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルの場合も、クラスタの大きさと積算個数との関係を両対数のグラフ上にプロットするとグラフ上で点がほぼ直線的に並ぶ。異方的速度二次元モデルと加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルにおける指数はそれぞれ次のようになった。

異方的速度二次元モデル

one-sided blocking phase			
V_{mr}	2	3	4
P	0.16	0.16	0.14
指数	-3.30	-3.20	-2.83

mutual-blocking phase			
V_{mr}	2	3	4
P	0.28	0.24	0.22
指数	-1.57	-1.47	-1.59

加速減速を考慮した異方的速度二次元モデル

one-sided blocking phase			
V_{mr}	2	3	4
P	0.14	0.14	0.12
指数	-3.25	-3.25	-3.22

mutual-blocking phase			
V_{mr}	2	3	4
P	0.24	0.22	0.18
指数	-1.83	-1.86	-2.37

7 まとめ

①一方向に高速度車を考慮にいれたこの異方的速度二次元モデルでは、mutual-blocking phaseが出現する。すなわち、加速・減速を考慮した異方的速度二次元モデルでは、異方的速度二次元モデルと同様にone-sided blocking phase, mutual-blocking phase, jam phaseが見られる。

②完全渋滞相への渋滞転移密度は、加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルの方が異方的速度二次元モデルよりも低密度側へシフトする。

③加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルでは、最高速度が大きいほど完全渋滞相への渋

滞転移密度が低密度側へシフトすることが明確にみられる。

④加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルと異方的速度二次元モデルは共に、one-sided blocking phaseにおけるセル図の右下がりの縞の傾きが、再合成したセル図から $V_{mr}=2$ の場合は2, $V_{mr}=3$ の場合は3, $V_{mr}=4$ の場合は4になることが強く現れる結果となった。

⑤加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルと異方的速度二次元モデルは共に、mutual-blocking phaseにおけるセル図の右上がりの帯が、再合成したセル図から周期的に現れることが明らかになった。

⑥加速減速を考慮した異方的速度二次元モデルと異方的速度二次元モデルは共に、one-sided blocking phaseとmutual-blocking phaseにおけるセル図の、クラスタの大きさと積算個数との関係を両対数のグラフ上にプロットすると、グラフ上で点がほぼ直線的に並びフラクタルであることを思わせる結果となった。

参考文献

1. S.Wolfram: Rev.Mod.Phys.55 601(1983)
2. O.Biham, A.A.Middlton and D.Levine: Phys.Rev.A46 6124(1992)
3. K.Nagel and M.Schreckenberg: J.Phys I France 2 2221(1992)
4. 高安 秀樹: フラクタル (朝倉書店 1986)
5. M.Fukui and Y.Ishibashi: J.Phys.Soc.Jpn.62 3841(1993)
6. Y.Ishibashi and M.Fukui: J.Phys.Soc.Jpn.63 2882(1994)

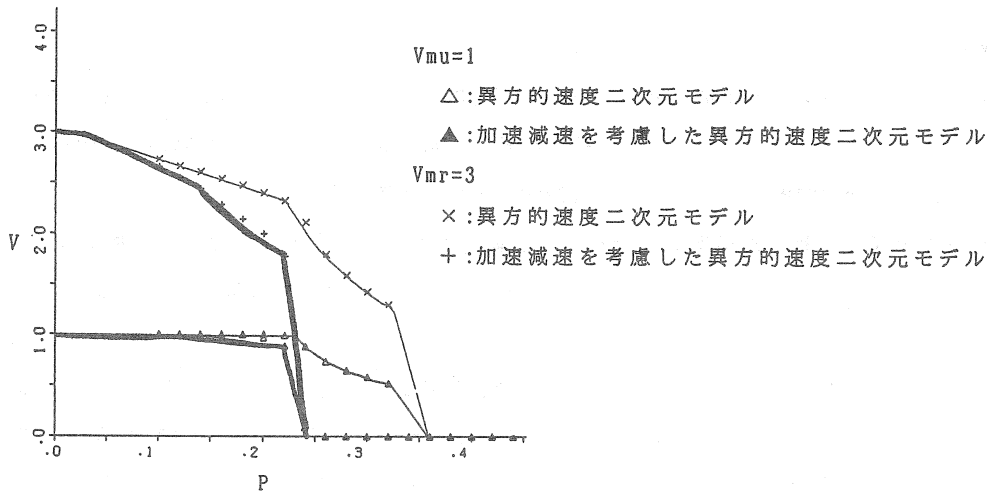


図 1

異方的速度二次元モデル

V μ =1, V ν r=3

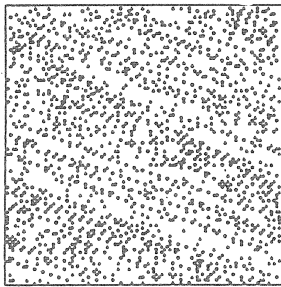


図 2 - 1

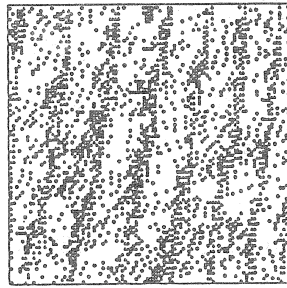


図 2 - 2

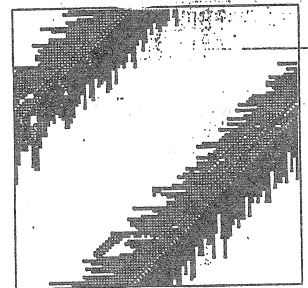


図 2 - 3

加速減速を考慮した異方的速度二次元モデル

V μ =1, V ν r=3

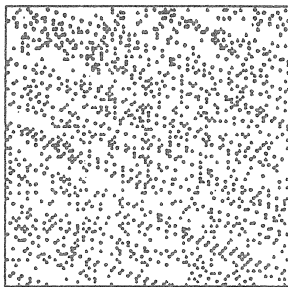


図 2 - 4

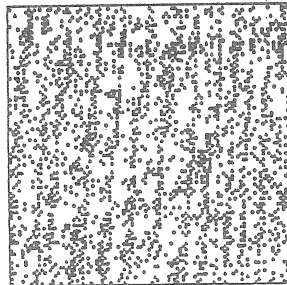


図 2 - 5

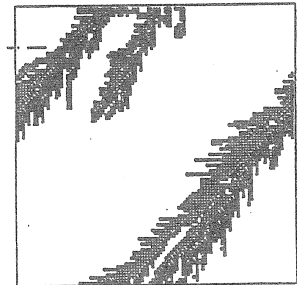


図 2 - 6

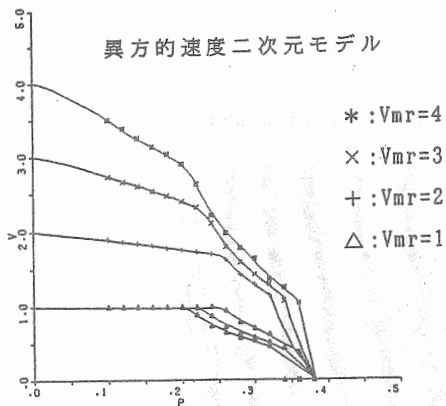


図 3

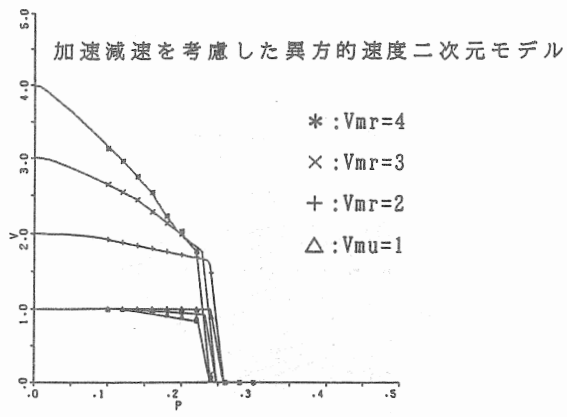
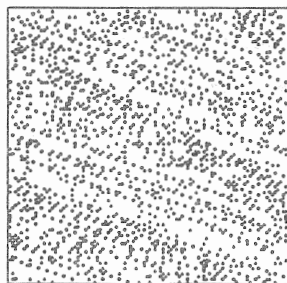
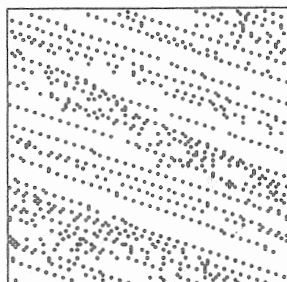


図 4

異方的速度二次元モデル
 one-sided blocking phase
 $V_{mu}=1, V_{mr}=3, P=0.16$



右方向に移動する車



上方方向に移動する車

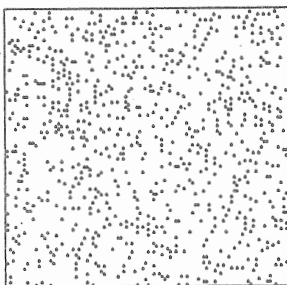
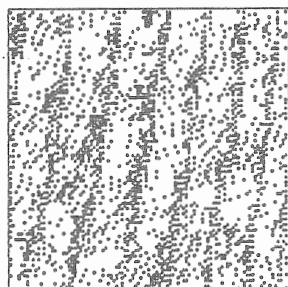
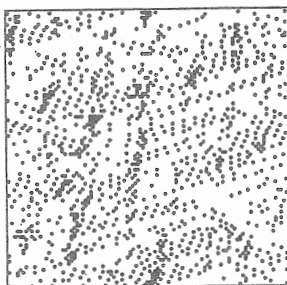


図 5 - 1

mutual-blocking phase
 $V_{mu}=1, V_{mr}=3, P=0.24$



右方向に移動する車



上方方向に移動する車

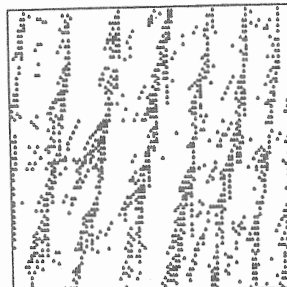
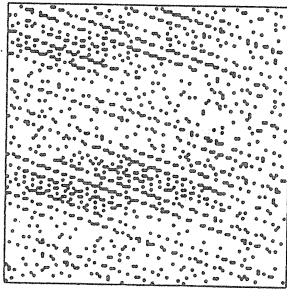


図 5 - 2

one-sided blocking phase:



mutual-blocking phase

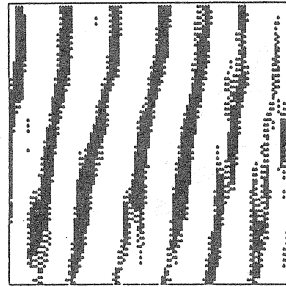


図 6

異方的速度二次元モデル

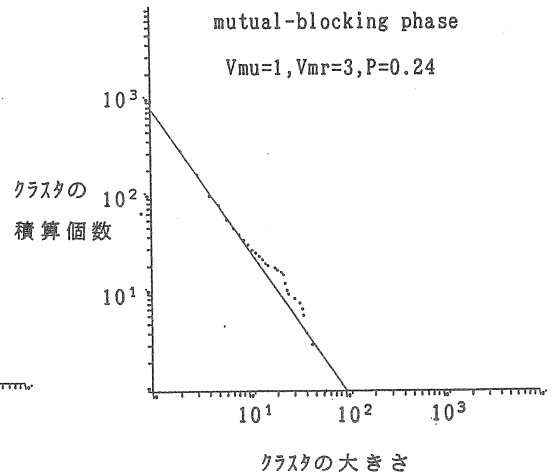
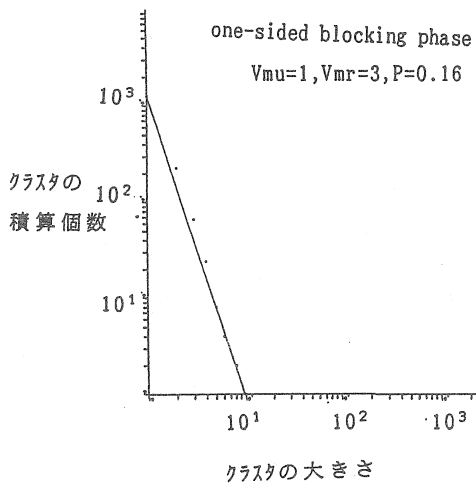


図 7