

## 2次元開放端 CA 交通流モデルにおける 自己組織化

只木進一\*

交通流のモデル化には、流体力学的モデル、追従モデル、セルオートマトン (CA) モデル、結合写像モデルなどがある。なかでも、CA モデルは、計算機で取り扱いやすいモデルである。このため、様々な現実的要素を取り込みやすいモデルでもある。

2次元のモデルは、都市の交通網や高速道路網、さらにコンピュータネットワークなどの抽象的なモデルであると考えられている。もっとも簡単な2次元 CA モデルは Biham らのモデル [1] で、Wolfram の rule-184 と呼ばれる1次元 CA [2] の2次元への拡張である。本講演者は、このモデルにおいて、渋滞相の空間的構造に注目し、渋滞相が二相あることを明らかにしてきた [3, 4]。低密度の渋滞は、対角的相関が巾則に従い、フラクタル構造を示す。つまり、低密度の渋滞は、自己組織的な渋滞である。一方、高密度の渋滞はランダムであり、このランダム性は初期状態からもたらされる。また、この二つの渋滞の分離は、2次元 point percolation threshold 付近で起こる。

2次元 CA モデルにおいて、車両が完全に停止する渋滞が発生することの原因として、決定論的ダイナミクスと周期境界条件が重要であると考えられる。Biham らのモデルが示す性質のうち、モデル固有の条件による部分を明らかにして行く必要がある。本講演では、周期境界条件を取り除いた際におこる渋滞について議論する。

ここでは、境界条件を除いて Biham らのモデル-I を用いる。 $N \times N$  の正方格子に、上向きと右向きの車が排他的に分布している。一つの格子は、空であるか、上向きまたは右向きの車1台が占有することが出来る。進行方向の site が空の場合のみ、車は1 site だけ移動が許される。ただし、系全体には交通信号があり、偶数時間には上向きだけ、奇数時間には右向きだけが移動可能とする。時刻  $t$ 、位置  $\vec{r} = (i, j)$  ( $1 \leq i, j \leq N$ ) における右向きの車の数を  $\mu_{\vec{r}}(t) = \{0, 1\}$  と表し、上向きの車の数を  $\nu_{\vec{r}}(t) = \{0, 1\}$  と表すことにする。このときの  $\mu_{\vec{r}}(t)$  及び  $\nu_{\vec{r}}(t)$  の時間変化は以下のように表現される。

\*佐賀大学理工学部情報科学科 (〒840 佐賀市本庄町1番地, E-mail: tadaki@ai.is.saga-u.ac.jp)

$$\begin{aligned}
\mu_{\vec{r}}(t+1) &= \sigma(t)\mu_{\vec{r}}(t)\{\mu_{\vec{r}+\vec{e}}(t) + \nu_{\vec{r}+\vec{e}}(t)\} \\
&\quad + \sigma(t)\{1 - \mu_{\vec{r}}(t)\}\{1 - \nu_{\vec{r}}(t)\}\mu_{\vec{r}-\vec{e}}(t) \\
&\quad + \{1 - \sigma(t)\}\mu_{\vec{r}}(t) \\
\nu_{\vec{r}}(t+1) &= \{1 - \sigma(t)\}\nu_{\vec{r}}(t)\{\mu_{\vec{r}+\vec{y}}(t) + \nu_{\vec{r}+\vec{y}}(t)\} \\
&\quad + \{1 - \sigma(t)\}\{1 - \mu_{\vec{r}}(t)\}\{1 - \nu_{\vec{r}}(t)\}\mu_{\vec{r}-\vec{y}}(t) \\
&\quad + \sigma(t)\nu_{\vec{r}}(t)
\end{aligned}$$

ここで  $\vec{e}$  と  $\vec{y}$  は、それぞれ右方向及び上方向への単位 vector を表し、 $\sigma(t) = t \bmod 2$  は時刻の偶奇を表す。一つの site を上向きと右向きの車が同時に占めることは無いので、 $\mu_{\vec{r}}\nu_{\vec{r}} = 0$  が常になりたつ。

系の下方及び左から車両が流入するとする。流入可能な状態、つまりその site が空であるときに、ある確率  $p$  で新たに車を流入させる。つまり左端の site  $\vec{r} = (1, j)$  に対して

$$\begin{aligned}
\mu_{\vec{r}}(t+1) &= \sigma(t)\mu_{\vec{r}}(t)\{\mu_{\vec{r}+\vec{e}}(t) + \nu_{\vec{r}+\vec{e}}(t)\} \\
&\quad + \sigma(t)\{1 - \mu_{\vec{r}}(t)\}\{1 - \nu_{\vec{r}}(t)\}f(p) + \{1 - \sigma(t)\}\mu_{\vec{r}}(t)
\end{aligned}$$

とし、また下端の site  $\vec{r} = (i, 1)$  に対して

$$\begin{aligned}
\nu_{\vec{r}}(t+1) &= \{1 - \sigma(t)\}\nu_{\vec{r}}(t)\{\mu_{\vec{r}+\vec{y}}(t) + \nu_{\vec{r}+\vec{y}}(t)\} \\
&\quad + \{1 - \sigma(t)\}\{1 - \mu_{\vec{r}}(t)\}\{1 - \nu_{\vec{r}}(t)\}f(p) + \sigma(t)\nu_{\vec{r}}(t)
\end{aligned}$$

とする。ここで  $f(p) = \{0, 1\}$  は、確率  $p$  で 1 を与える関数である。

一方、系の上方及び右からは確率 1 で車両が流出する。これは右端の site  $\vec{r} = (N, j)$  に対して

$$\mu_{\vec{r}}(t+1) = \sigma(t)\{1 - \mu_{\vec{r}}(t)\}\{1 - \nu_{\vec{r}}(t)\}\mu_{\vec{r}-\vec{e}}(t) + \{1 - \sigma(t)\}\mu_{\vec{r}}(t)$$

また上端の site  $\vec{r} = (i, N)$  に対して

$$\nu_{\vec{r}}(t+1) = \{1 - \sigma(t)\}\{1 - \mu_{\vec{r}}(t)\}\{1 - \nu_{\vec{r}}(t)\}\nu_{\vec{r}-\vec{y}}(t) + \sigma(t)\nu_{\vec{r}}(t)$$

と表される。

渋滞が発生するような流入  $p$  の場合を考える。初期状態として、車が系内に一台もない状態をとることにする。車の流入によって、系全体にわたる対角的な渋滞が一旦形成される。渋滞は右上方から解消し、その

際に密度が  $2/3$  に近い構造が渋滞の右上方に出現する [5]。最初に出現した系全体を被う渋滞が解消するのに伴って密度の揺らぎによる局所的な渋滞の発生と解消が繰り返される。

系から流出する車の数は、最初は大きな振動を示すが、次第に安定する。図 1 に流入  $p$  に対する各 site 各時刻あたりの流出量  $p_{out}$  の関係を示す。低密度では  $p_{out}$  は無衝突近似  $1/(1+2p)$  に従って増加する。 $p$  の増大に伴って、 $p_{out}$  は saturate しはじめる。

流出量の  $p$  に対する変化から以下のようなことが理解出来る。低密度では、無衝突近似が良くなりたつ。つまり、系の端を除くと、車同士はほぼ自由に運動している。無衝突近似を  $p = 1$  まで外挿すると、流出量は  $1/3$  となる。しかし、 $p > p_c \sim 0.2$  を越えると、系の振舞は無衝突近似から急激にずれる。流出量の saturate は、渋滞の発生による自己組織化の効果と考えられる。つまり、周期境界条件の下での系で発生する自由走行から渋滞への相転移に対応する現象は発生していることが予想される。しかし、自己組織化された渋滞からランダムな渋滞への転移に相当する現象の兆候は、図 1 からは認められない。空間構造や時系列の解析などが必要である。また非決定的運動の導入も今後の課題である。

## 参考文献

- [1] O. Biham, A. A. Middleton, and D. Levine, Phys. Rev. A46, 6124 (1992).
- [2] S. Wolfram, Rev. Mod. Phys. 55, 601 (1983).
- [3] S. Tadaki and M. Kikuchi, Phys. Rev. E50, 4564 (1994).
- [4] S. Tadaki and M. Kikuchi, *Self-Organization in a Two-Dimensional Cellular Automaton Model of Traffic Flow*, J. Phys. Soc. Japan 64 No. 12 (1995).
- [5] Y. Ishibashi and M. Fukui, J. Phys. Soc. Japan 63, 2822 (1994).

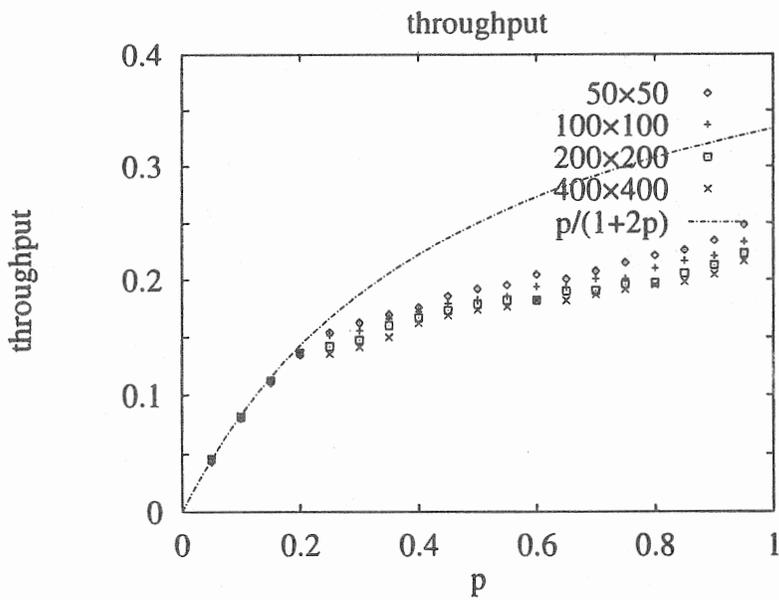


図 1: 流入  $p$  に対する各 site 各時刻あたりの流出量。システムサイズは  $50 \times 50$ 、 $100 \times 100$ 、 $200 \times 200$  及び  $400 \times 400$  である。システムサイズを  $N \times N$  とすると、初期状態から  $20N$  ステップ後から  $20N$  ステップの平均値を求めている。