

渋滞を起こす交通流モデルのシミュレーション

愛知大教養	坂東昌子、長谷部勝也
三重短大	杉山雄規
京都大理	中西健一
名古屋文理短大	中山章宏
名古屋大理	柴田章博

はじめに

道路交通の研究は 1950 年代に始まっている。この研究の当時の目的は、今もそうかもしれないが、道路の容量がどの程度ならばどれくらいの車両が通行できるか、といった現実的な点に研究の主眼があったように思われる。そのため、観測においても理論構築においても、車両の密度と交通流量との関係等を明らかにすることに力点が置かれている。即ち、車両が多い時に渋滞が出来るのは当然のことと考え、それを前提とする立場である。従って、なぜ、どのように渋滞が発生するのか、という点を問題にする観点は欠けており、これに関してほとんど研究されていない。

これまでに行われた多くの観測によって渋滞についてわかったことは、基本的には

- (1) 車両密度が小さい時は運転者が望む速度で走ることができる自由流の状態である
- (2) 密度が大きいと渋滞が発生して速度が低下する渋滞流の状態になる
- (3) (1) と (2) の両者の間には境がある

ということである。この定性的な関係は図 1 のようなグラフで表わされる。定量的な観測データは時と場所に応じて異なっており、それらを包括的に扱う試みはこれまでなされていない。

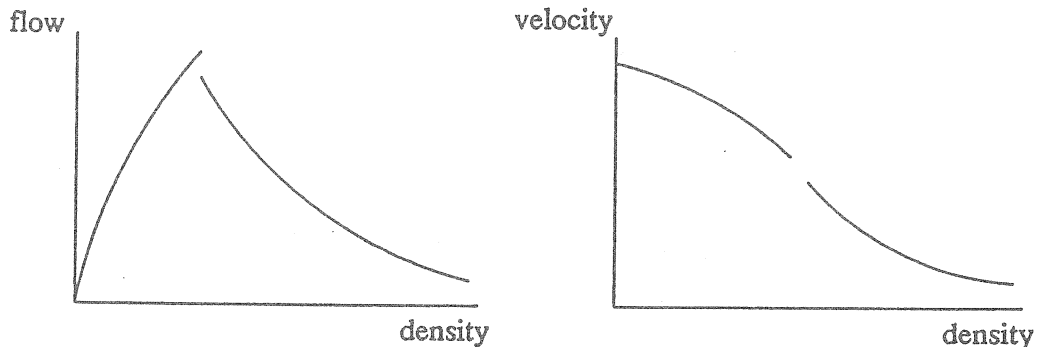


図 1

理論においては、自動車の流れを水のような流体として扱う巨視的なモデルと、個々の自動車の運動法則を与える微視的なモデルが提案されている。微視的なモデルは追従モデルとして知られており、多くの研究がなされてきたが、以下で述べるように、このモデルは理論としてはその後 30 年ほどほとんど進歩していない。追従モデルは車両の運動が理解しやすく、渋滞発生メカニズムを議論出来る理論的可能性がある。我々は、「交通流がある密度にな

ると系が不安定になり相転移を起こす。それが渋滞である。」という立場に立ち、この追従モデルを渋滞発生を考える力学的モデルとして採用する。

追従モデルの問題

追従モデルにおけるこれまでの研究は、基本的に微分方程式

$$\ddot{x}_n(t) = \lambda [\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)] \quad (1)$$

から出発している。 x_n は考えている車両の位置、 x_{n+1} は先行する車両の位置、 λ は反応即ち加速度の強さを表わす正定数である。この方程式は本来先行車の速度変化に対して追従車がどのような挙動を示すかを表わすもので、加速度が先行車との速度差即ち相対速度に比例する形になっている。従って、相対速度が0ならば車間距離に依らず任意の速度で走行することができる。しかも、これは実質的には1階微分方程式なので、反応の時間的遅れなどの修正をしなければある意味では何も起こらない。しかし、 λ に速度や車間距離依存性を適切に導入することにより、積分可能な方程式にすることができる。その様な場合には、定常状態での密度と交通流量の関係などを導くことができる。そのため、このような追従モデルが渋滞を含む道路交通を記述できるものとして考えられるようになっている。

しかし出発点である方程式(1)は候補の一つに過ぎないのだが、その妥当性についてはこれまで検討されたことはないように思われる。そして今日まで、このモデルを修正し密度と流量の関係が観測と一致するようにパラメータを決定する、という作業が長い間続けられてきた。また、自由流と渋滞流の間に食い違いがあるような観測事実があると、それを安易にモデル化し、それぞれに別のパラメータ、別の方程式を対応させることが考えられた。このような立場では、交通流の境界においては当然両者につながりがなく、自由流から渋滞流へどのように移り変わるかは全く説明できない。

我々の動力的モデル

我々はここで、なぜ渋滞ができるのか、特に高速道路などにおいて工事などの原因がないにもかかわらず発生するといわれる自然渋滞（この有無についてはここでは議論しない）の形成メカニズムを議論する。そのため、基本に立ち返って、そもそも追従モデルとしてどのようなものから始めるべきか、という点から検討する。

この研究が始まった当初から、「加速度は外部からの刺激とそれに対する運転者の反応感度によって決まる。」という点については疑問がないようである。従って、最も単純には

$$(\text{Response}) = (\text{Sensitivity}) \times (\text{Stimulus})$$

と考えることができる。時間の遅れを考えなければ、追従モデルで対応する微分方程式は

$$\ddot{x}_n(t) = a_n F[\dot{x}_n(t), \Delta x_n(t), \Delta \dot{x}_n(t)] \quad (2)$$

となる。ここで $\Delta x_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t)$ 、即ち考えている車の車間距離、 $\Delta \dot{x}_n(t)$ は相対速度である。運転者の感度 a_n は一般に個人依存性がある。モデルによっては、刺激関数 F に道路状況や2台以上前の車両の情報が含まれることもあるが、我々は以下では単純さのためにそのようなことは考えない。また、方程式を簡単にするために、多くの場合「感度 a には個人依存性を入れない。」という仮定が置かれる。

刺激関数 F を決める際には、次の2つの考え方が有り得る。

(A) 運転者は現在の速度に応じて適切な車間距離 (legal distance) を保とうとする

(B) 運転者は現在の車間距離に応じて適切な速度 (legal velocity) を保とうとする

この考えを素直に方程式に表わすと

$$\ddot{x}_n = a \{ D(\dot{x}_n) - \Delta x_n(t) \} \quad (3A)$$

$$\ddot{x}_n = a \{ V(\Delta x_n) - \dot{x}_n(t) \} \quad (3B)$$

となるべきであると思われるが、交通流の研究においてなぜ方程式 (1) のような形が採用されたのかは我々にはわからない。但し、一般的には D も V も上以外の変数を含むが、ここでは簡単のために最も単純な形をとった。

我々は以下では (B) の考え方を採用する。これは単に我々の直観に近いというだけで特に利点はない。(A)、(B)、どちらの立場をとるかは主観によるが、我々と同じ考え方に基づいてモデルを設定すれば、シミュレーションによれば両者ともほぼ同じ結果が得られる。

モデルの設定

我々のモデルを決定するには、感度 a の値と legal velocity 関数 V の関数形を決めなければならない。最終的には観測データを元に決めるべきものだが、プロトタイプを考える時には以下の前提条件を取り入れる必要がある。

「運転者は衝突事故を起こさないように車の速度をコントロールする。従って、車両密度と速度の間には負の、車間距離と速度の間には正の相関がある。また速度には法定速度あるいは性能限界としての上限がある。」

これは関数 $V(\Delta x_n)$ では

(i) 単調増加関数

(ii) 上限、即ち $V^{max} \equiv V(\Delta x \rightarrow \infty)$ が存在

と表わされる。我々はこのような性質を持つ関数として

$$V(\Delta x) = \alpha \{ \tanh \beta(\Delta x - \gamma) + \delta \} \quad (4)$$

を採用する。このような形にとる理由は以下の議論で明らかになる。

線型化による解析

我々の採用したモデル (3B) には自明な解

$$x_n^{(0)} = bn + ct \quad (5)$$

が存在する。ここで b は全ての車に共通な車間距離、 c はその場合の速度 $V(b)$ である。即ち、この解は全ての車が同じ車間距離、同じ速度で走行する一様流の状態を表わす。解の安定性は方程式を線型化することにより調べられる。微小振動の加わった解を

$$x_n = x_n^{(0)} + y_n, \quad y_n \ll 1 \quad (6)$$

と表わすと、線型化された方程式は

$$\ddot{y}_n = a (f \Delta y_n - \dot{y}_n), \quad f = V'(b) \quad (7)$$

となる。 y_n を以下のように振動モードで展開すると

$$y_n = \exp \{ ikn + zt \}, \quad 0 \leq k < 2\pi \quad (8)$$

安定条件は

$$z^2 + az - af (e^{ik} - 1) = 0 \quad (9)$$

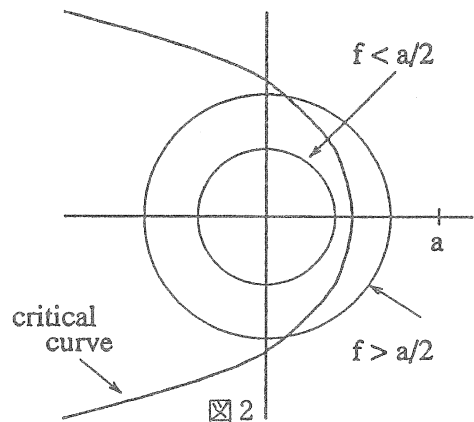
の $\Re z > 0$ となるような解の有無で決定される。 (f, k) を極座標にとると、安定領域、不安定領域の境界は

$$\Re z = 0 \Rightarrow f = \frac{a}{2 \cos^2 \frac{k}{2}} \quad (10)$$

となり、図2の放物線の左側が安定な領域である。従って、系の安定性は $f = V'(b)$ と a により決まり

- (i) $f < \frac{a}{2}$: 安定
: 全モードに対して $\Re z < 0$
- (ii) $f = \frac{a}{2}$: 境界
: $\Re z = 0$ となるモードが存在
- (iii) $f > \frac{a}{2}$: 不安定
: $\Re z > 0$ となるモードが存在

となる。



渋滞を起こすモデル

我々の採用した legal velocity 関数 (4) には数学的に簡単という他に現実との対応という点からも良い選択である。即ち

- (i) 車間距離が大きい場合、 $V'(\Delta x)$ は十分小さく系は安定化する。即ち、密度が小さい場合には安定な自由流が存在できる。
- (ii) 車間距離が小さい場合にも、 $V'(\Delta x)$ は十分小さく系は安定化する。即ち、非常に混雑している状況はそれはそれで安定である。
- (iii) この間に $V'(\Delta x)$ が大きくなる領域が存在して、系が不安定になる状況を作ることができる。

これが実際の観測データと一致するかどうかは検討すべき問題であるが、最近入手した東大・越グループのデータは我々のモデルをサポートしている。以下で行なうシミュレーションに用いたデータは越グループのデータから抽出したものである (図3)。

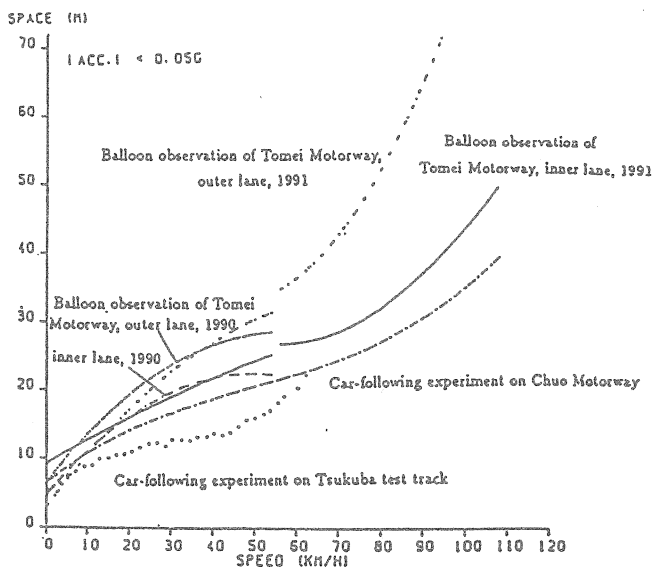


図3

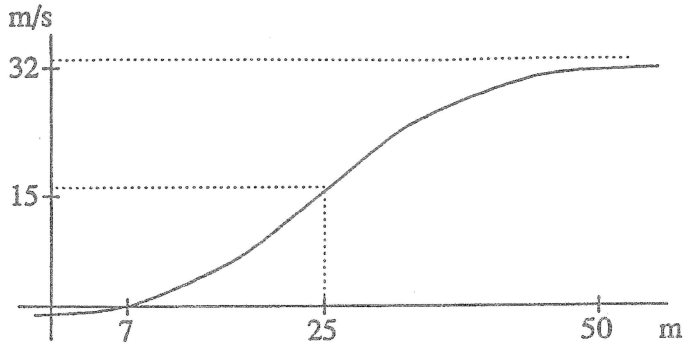
	高速道路でのデータ	利用数値
最少車間	3 ~ 10 m	7 m
車間中央値	20 ~ 35 m	25 m
速度中央値	55 km/h	15.3 m/s
中央での勾配	0 ~ 20/65 m/(km/h)	1/1.44 s [1/5.2 m/(km/h)]
最大速度	100 ~ 120 km/h	32.1 m/s [115 km]

これを実現する legal velocity 関数は

$$V(\Delta x) = 16.8 \{ \tanh 0.0860(\Delta x - 25) + 0.913 \} \quad (11)$$

である (図4)。この時感度が $a < 2.88$ の時に、中央付近 ($\Delta x \sim 25$) が不安定になる。 a の値をどの程度にすれば良いのかについては今のところ決定的な方法は見つからない。

図4



シミュレーション

- (i) 運動方程式は (3B)、Legal velocity 関数 $V(\Delta x)$ は式 (11) を使用する。
- (ii) 計算の都合上、100 台の自動車が円周になったサーキット上を走ることにする。従って、No.100 の車の前は No.1 の車である。
- (iii) 初期条件として、 $\Delta x = 25\text{m}$ 即ち最も不安定な状況から出発する。従ってサーキット全長は 2500m。また、渋滞を誘発するために摂動 (No.1 の車の車間距離を 10%減らす) を加える。

[SONY NEWS5000, FORTRAN(SONY), DODAM package]

結果

渋滞形成

渋滞の形成過程の典型例は図5に見られる。個々の点は車の位置を表わす。この場合は感度 $a = 1.7$ に設定してあるので、非常に早く渋滞が形成される。時間の単位は秒である。これが計算機の誤差によるものでないことは各モード振幅の変化を見ることで理解できる (図6)。それぞれのインデックス n は $k = 2\pi n/100$ のモードを表わす。

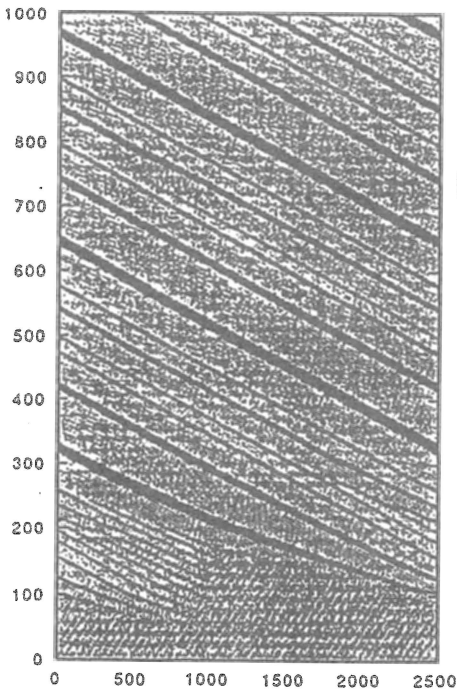


図5

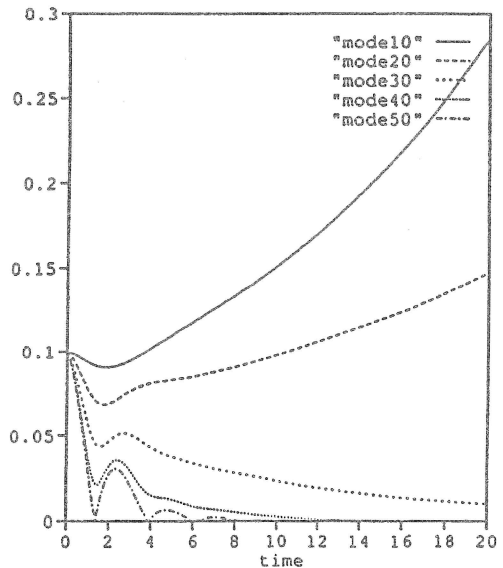


図6

渋滞の性質

生成される渋滞を特徴づけるものは、最終的には1つしか残らない。車両の密度は渋滞中でほとんど変化せず、しかも全ての渋滞で共通である。従って渋滞を区別するものは渋滞の長さだけである。このことは車の運動を(車間距離-速度)の位相空間上で表わすとわかりやすい。一様流は位相空間上の1点で表わされる。時間が経つにつれてこの点から離れていき、渋滞が完成した時には全ての車がある決まったループ上を運動するようになる(図7)。このループは一種のリミットサイクルとみなすことができ、一つの渋滞に着目するとその渋滞を形成する車の運動は単調にループに近づいていく(図8)。このループの2つの端点が渋滞の内外での運動を、それを結ぶ2つの曲線が渋滞から抜け出る時と入る時の遷移領域での運動を表わす。端点が点であるということが、渋滞が1種類で均質であることと、それが意味で外部と平衡状態になっていることを示している。

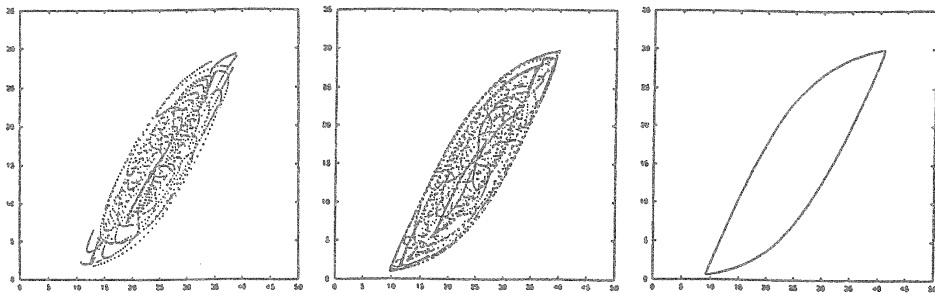


図7

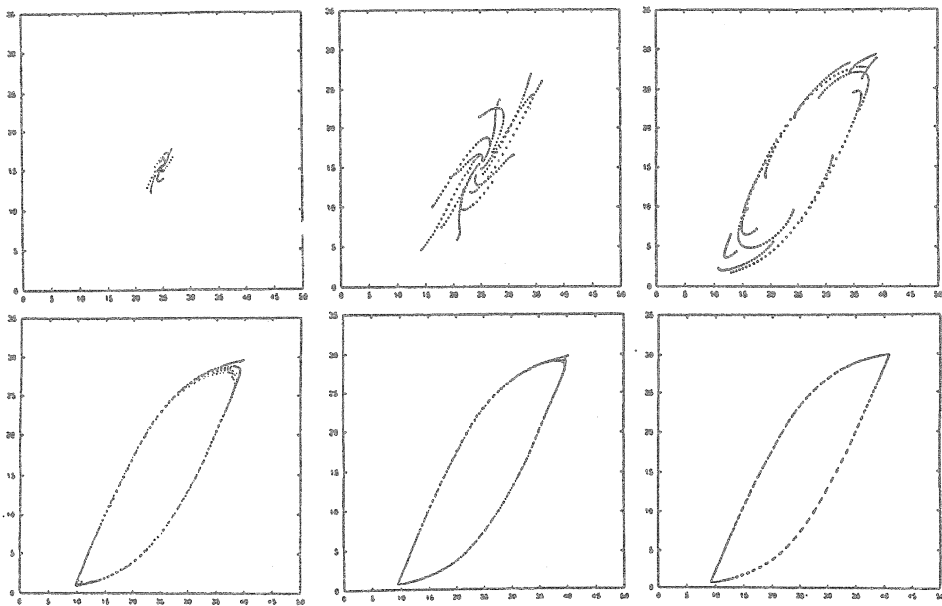


図8

