交通流模型の比較

－ 交通流の臨界密度付近の振る舞いについて －

坂東昌子・長谷部勝也（愛知大学教養），　中西健一（京大理）
中山章宏（名古屋文理短大），柴田章博（名大理），杉山雄規（三重短大）

1．　交通渋滞は何故起こるか

寺田寅彦のエッセイに、「電車の混雑について」というのがある1)。ここでいう電車は、市内を走るあのチンチン電車のことらしいから、今で云えば市内のバスに対応している。彼には、満員電車にもまれるのがよほどこたえたらしい。それで「ちょっと待てば空いた電車がくるのだから、みんな、そうせかせかしないで次まで待っていればいいのに！」と思っていたらしい。こんないやな思いをしながらも、好奇心はちっとも衰えずこう述べている。「しかしここで私の考えてみたいと思うことは、そういう大多数の行為の是非ではなくて、そういう一般乗客の傾向から必然の結果として起こる電車混雑の律動に関する科学的あるいは数理的問題である」。まず実験的事実として「あまり混雑の激しい時刻には、来る電車も来る電車も、普通の意味の満員は通り越した特別の超越的満員であるが、それでも停留所にたって、ものの十分か十五分も観察していると、相次いでくる電車の満員の程度におのずからな一定の律動のある事に気がつく。６７台も待つ間には、必ず満員の各種の循環するのを認める事ができる。このような律動の最も鮮明に認められるのは、それほど極端に混雑しない、まずいわば中等程度の混雑を示す時刻においてである。

そういう時刻に、試みにある１つの停留所にたって見ると、いつでもほとんどきまったように、(次のような）周期的な現象が起こる。」というのである。

そこで彼は簡単なモデルとして「どの電車も同じような速度で同じ間隔で発車する１レーン（追い越し禁止）系」を考えた。さて、電車は進行中に出発時の規則的な運行からほんのちょっとしたズレ　Δｔ　を生じるが、そのために停留所で待っている人数は Δｎ 人増える。すると停留時間がΔｔに比例して多くなり益々遅れる。つまりこの系はゆらぎに対して不安定である。こうして益々バスは遅れ、渋滞を引き起こすということになる。つまり、『来かかった最初の電車に乗る人は、すいた車に会う機会よりも混んだのに乗る機会の方がかなりに多い』ことが、この混雑の原因であるという。彼は実際に神保町停留所で数１０分観察してこれを確認したそうである。

高速道路などで移動しようと思うとき、一番困るのは「渋滞に巻き込まれて予定が大幅に狂わないか」ということである。しかもいったん高速道路に入ってしまって、渋滞に巻き込まれると簡単

にそこから抜け出せないので、予定が大幅に狂ってしまう。何か事故が起きたという場合は仕方がない面もあるが、たいして事故らしいものが起こったとも思えないのに、渋滞することもよくある。

このエッセイは、系の不安定性によって、規則的な運行パターンが自発的に破れて交通渋滞(Dynamical Generation of Congestion)が引き起こされることを初めて指摘したのではないだろうか。

2．交通流の基本量

一般に交通流は速度 (v) と密度 (k) 並びに交通量 (Q) で表わされ、これらの間には流体力学にみられる関係、$Q = kv$の関係があるとされている。一般にドライバーは安全性を保つために車間距離に応じて自分の運転速度を調整するから、両者は負の相関関係にある。この関係は、密度速度曲線 $(k-v$曲線) と呼ばれている。もし交通流が一様で定常的であれば、流量・流速・密度の間には通常流体力学でよく出てくる

$$Q = kv$$

の関係があるので、基本図 $(Q-k$グラフ$)$ をかくと、一般に Q が最大になる点、 k_0が存在する(以下この k_0を臨界密度と呼ぶ)。典型的な $v-k$曲線として教科書などによく引用されている流体力学的考察に基づくドレイク曲線と、実測値を再現するように決められたアンダーウッド曲線を図 1 に示す[1] 。

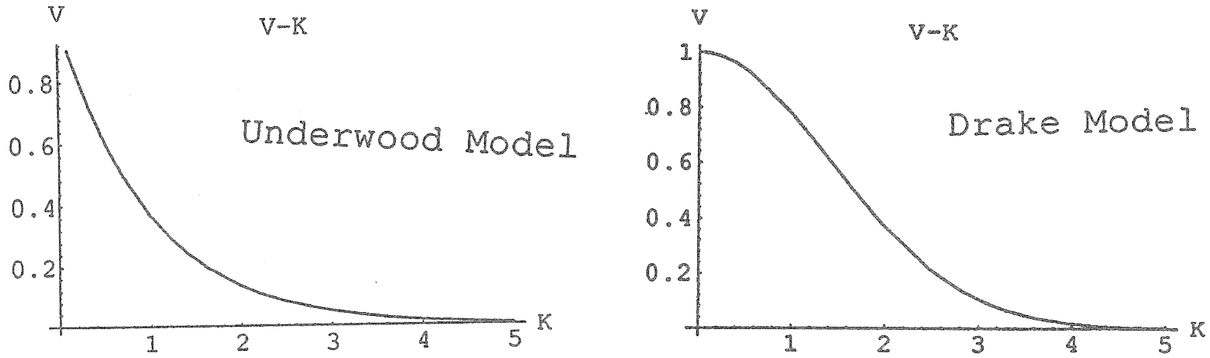

図 1

これらは実測値を一番よく再現しているといわれている。次にそれらに対応する基本図を描くと図 2 のようになるが、これらを教科書に出ている基本図（図 3 ）と比べると、k_0近辺の急激な変化を再現していない。

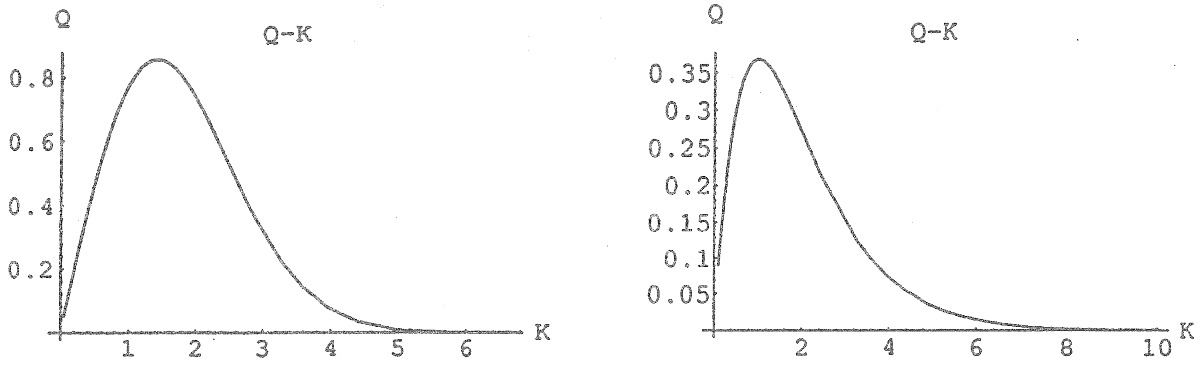

図2

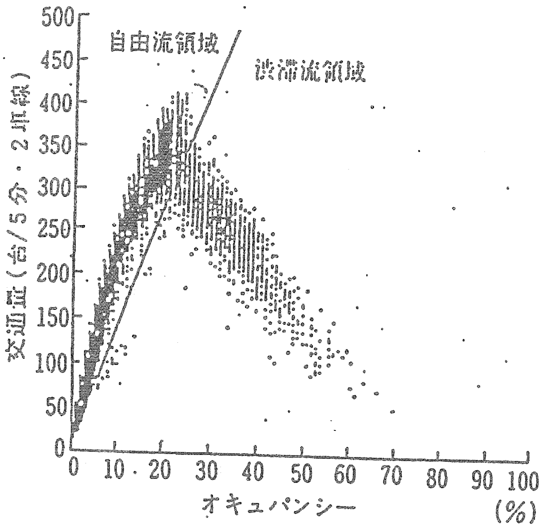

図3

このためエディのように 2-regime のように k_0 を境にして２つの領域で不連続な曲線を使う模型もある。おおむね交通工学ではこの k_0 を境にして交通流を、自由流と渋滞流に分類して議論してきた。

これに対して、臨界密度近辺の振る舞いに着目して、従来の交通理論を見直そうという試みが出てきた。例えば、は Hall や Navin は、カタストロフィ理論の枠組みで記述しようという提案している[2]　。彼らは相転移近辺のクリティカルな領域では従来の一定の関係があるとされていた３変数（speed-flow-concentration）は、独立量とみなすべきことを指摘し、３変数空間での状態記述を基本にして、２変数投影図（図４）における特異点近傍の振る舞いを説明することを試みている。

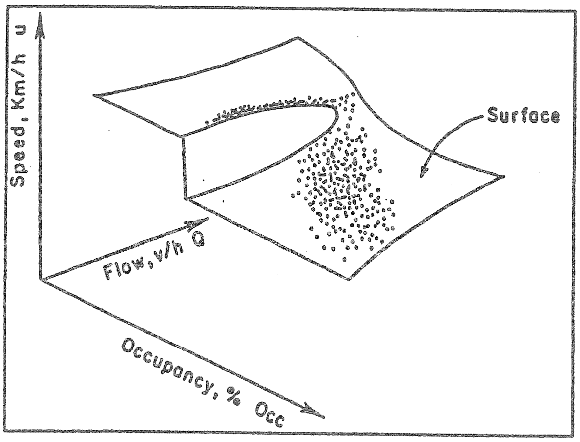

Figure 6. Speed-flow-occupancy, three-dimensional plot of the Ontario Freeway data (five-minute averages).

34 · ITE JOURNAL · AUGUST 1989

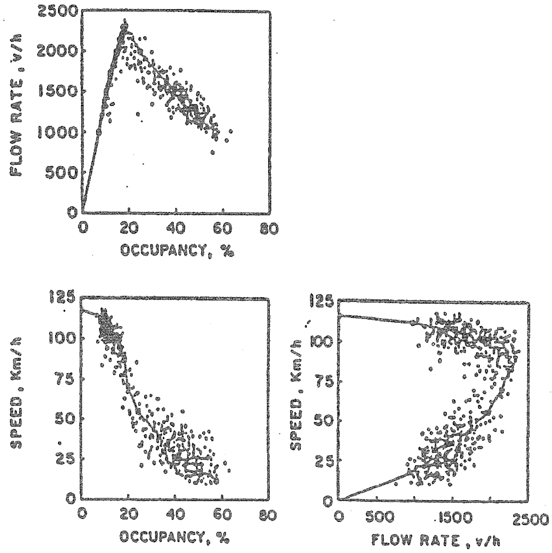

図4

3.　交通流の模型

交通流のアプローチには、大きくわけて、流体力学や統計模型のようにマクロスコピックなアプローチ と、ミクロレベルの構成要素である個々の自動車の挙動から、集団としての多体系の構造を決定しようとするミクロスコピックなアプローチがある。ここでは、ミクロな立場から、この２つの領域の遷移を説明する動的模型の構築という立場から、従来の取り組みを概観してみたい。

一般に自動車のドライバーの挙動は、周囲の車の動きを刺激としてそれに応答する行動（加速・減速）すると考えることができる：

$$\mathrm{Responce} = \mathrm{Sensitivity} \ \times \ \mathrm{Stimulus}.$$

以下では、追い越し禁止の１レーン上で多数の車が走行している系を考える。道路を走行する車両の運転者は、直前車両のみの挙動によって、自分の車両の速度をコントロールする。具体的には、前車両と自分の車両の相対速度を刺激と考え、Pipes や A.Reuschel はこれを次のような微分方程式であらわした[4]　。

$$\ddot{x}_i = \lambda \, (\dot{x}_{i-1} - \dot{x}_i),$$

ここで x_iは前から i 番目の車の位置を表わし、λは正の数で運転者の刺激反応の強さをあらわすパラメータである。Pipes,Newell 等によるこのタイプの追従模型は１９６０年代に提唱されて以来集中

的に研究された 。しかしこのタイプの運動式は、基本的には速度に関する1階微分方程式になっており、このままでは局所的に発生した系の揺らぎは、後続車の交通流にほとんど影響を及ぼさず、ショックウエーブも発生しないので、現実にあわないことが指摘され、Sasaki- Kometani,Herman 等によって、時間の遅れを導入することが提案された 。

$$\ddot{x}_i(t+T) = \lambda\,(\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)),$$

ここで T は刺激に対する反応の時間的な遅れを表わす。摂動によって引き起こされたショックウエーブの伝播の局所安定性条件は、

$$\underset{\text{不安定}}{C=\lambda T > \frac{\pi}{2}},\quad \underset{\text{振動}}{C=\frac{\pi}{2}},\quad \underset{\text{減衰振動}}{\frac{\pi}{2} > C > \frac{1}{e}},\quad \underset{\text{減衰.}}{\frac{1}{e} > C},$$

となる。しかし局所不安定性だけでは、密度に依存せず、系の外部パラメター（刺激係数や時間的遅れ）が決まった途端に、安定か不安定か決まってしまう。この模型も後になされた改良型でも、密度依存性はでてこず、従って密度に依存した渋滞は引き起こされず、基本図を説明することはできなかった。

では、自由流領域から渋滞領域へ、この２つの領域の転移はどのようにして起こるであろうか。上述の標準的な「追従モデル」では、運動方程式が実質的に１階微分方程式である。このため反応の遅れは、input として持ち込まないとでてこない。ドライバーの反応の遅れを導入しない限り系が不安定にならず、転移は起こらず、従って自然渋滞は引き起こされない。しかし反応の遅れを考慮しても渋滞が自発的に形成されるという形にはなっていないのである。

このために、ニュートン方程式のような二階微分方程式のほうがより望ましいことが推測できる。

また密度依存性を取り込むには、運動方程式が車間距離（密度）に依存する形が望ましいことも推測される。

４．我々のモデル

これに対して我々は、次のような模型を提案した 。

$$\ddot{x}_i = \lambda\,(V(\Delta\, x_i) - \dot{x}_i),$$

ここで $V(\Delta\, x_i)$ は車間距離, $\Delta\, x_i = x_{i-1} - x_i$ に対応する理想速度という概念を持ち込んだ。車間距離は密度の逆数であるから、系のグローバルな振る舞いが密度依存性を持つこととなる。実

際簡単のために、サーキット上の１レーンの場合に、密度が一定の限界を超えると一様流の初期条件から出発しても系の不安定性を反映して渋滞流が形成される。

次に我々の模型が実際に交通流の今までの取り扱い方、特に臨界点付近の振る舞いに新しい見方を持ち込むことを紹介したい。まず図３にみられる臨界点付近の不連続な振る舞いを我々の模型が再現できることを示す。そのために、観測と比較して運動方程式にでてくるパラメーターの値を決め、それを用いてシミュレーションを実行する。

ミクロな観測値としては、越グループの中央高速のデータ（２台の連続する車の運転挙動の記録）と、[8] 筑波サーキットにおける運転車の挙動データ（６１５０ｍのサーキットに２９台）がある。これから読み取ると理想速度は（図５参照　単位はMKS）、

$$\text{筑波サーキットの場合：}\quad V = 9.97[\tanh 0.307(\Delta x - 12) + 0.973],$$

$$\text{中央高速の場合：}\quad V = 16.8[\tanh 0.0860(\Delta x - 25) + 0.913],$$

但しここでは有限の車輌長を考慮して原点をシフトしてある（最低車間距離の導入）。

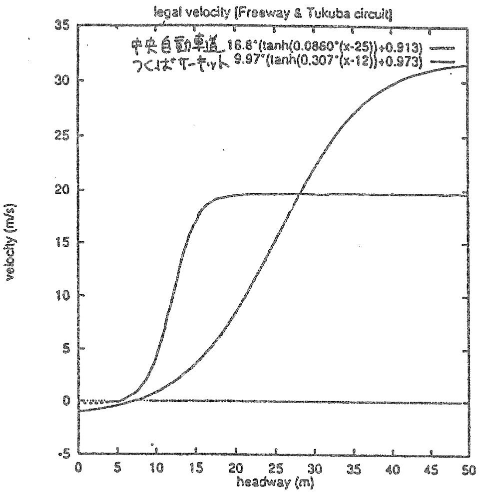

図５

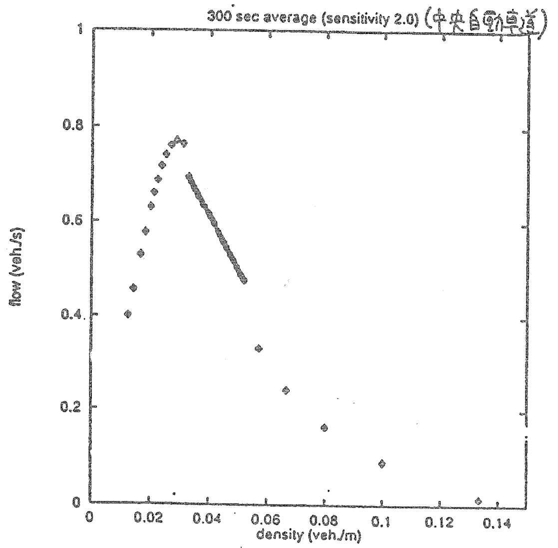

図６

次に運動方程式にみられる刺激反応係数λを適当に選んで観測データを再現するかどうかを検討する。シミュレーションの結果得られた、各車両の $v - \Delta x$ 平面上でのプロットは、渋滞形成後は図３にみられるような曲線上に局在する。これは密度速度曲線が２価関数になっていることを意味しており、それが結果的に密度速度曲線や基本図の臨界点付近の不連続的な振る舞いとして現れる。実際適当に平均された密度速度曲線の例を示したのが図６で、密度が0.02台/mから0.06台/mの間で、データの散らばりみられる。これらから基本図を実際に再現できる。

REFERENCES

1. 佐々木綱, 飯田恭敬, 交通工学, 国民科学社

2. F.Navın and F.Hall, ITE Journal, 1989 Aug. 31

3. PRIGOGINE, I. AND ANDREWS, F. C. 1960, *Opns. Res.* **8**, 789–797., GAZIS, D.C., HERMAN, R. and ROTHERY, R. W. 1961, *Opns. Res.* **9**, 545–567.

4. PIPES, L. A. 1953, *J. Appl. Phys.* **24**, 274–281.

5. PIPES, L. A. 1953, *J. Appl. Phys.* **24**, 274–281., NEWELL, G. F. 1961, *Opns. Res.* **9**, 209–229.

6. E.Kometani and T.Sasaki, J.Opns.Res.Japan, **2** 11-26 (1958)., R.Herman et.al. Opns.Res. **7** 79-106 (1959)

7. M.Bando et.al. JJIAM **11** 203-223, 1994., M.Bando et.al. Phys.Rev.E to be published.

8. 大庭孝之　1988　東大・工・土木、修士論文「車両の追従挙動に関する実験的研究」(大月ＩＣ-石川ＰＡ間)

9. 越 et.al. つくばサーキットでのテストドライバーの走行試験（２９台全周 6.15Km, J.Xing, A Study on the Bottleneck Phenomenon and Car-following Behavior on Motorways, Ph.D Thesis, 1992