

二次元セルにおける渋滞相転移

中日本自動車短大
名大 工

福井 稔
石橋 善弘

1 はじめに

オートマトンとは、本来は自動人形の意味で、意志を持たず、過去および現在に受けた刺激だけで行動が決定される自動機械のことで、セルオートマトン(CA)では、離散的格子点で構成されていて、各格子点のとりうる値は有限個であり、同一の決定論的な規則に従って、離散的に時間発展させられるというような特性を備えている[1]。この離散性のためCAモデルは計算機にもなじみ、交通流の問題に適用された。Wolframは、高速度道路のモデルとして1次元CAモデルを提案し[2]、Bihamらは、都市の道路を二次元格子状のCAモデルで取り扱った[3]。これらのモデルは、その簡単さにもかかわらず、高密度で渋滞への相転移を表すことができたこともあって、その後、これらのモデルを交通事情の多様性に合わせた多様なモデルへと拡張された[4-9]。ここでは、二次元Bihamモデルにおける故障車の影響と相転移について議論する。

2 Bihamモデルにおける渋滞相転移

ここで扱うBihamモデルでは、二次元正方格子点に車(右行き車と上行き車、数は同数)を配置し、それぞれの車は、前方の格子点上に車がないときには、1格子(1 step)だけ前進できる。ただし、系全体は交通信号で制御されていて、右行き信号で一斉に右行き車が進行し、次に上行き車が一斉に進行する過程が繰り返される。

最初ランダムに配置された車は、時間が経過するにつれて平衡状態に達する。その経過は、系全体の平均速度 v ($=n/N$: n は移動車数、 N は全車数)によって観察できる。到達状態は、車の密度 p ($=N/(L \times L)$: L は格子サイズ)に

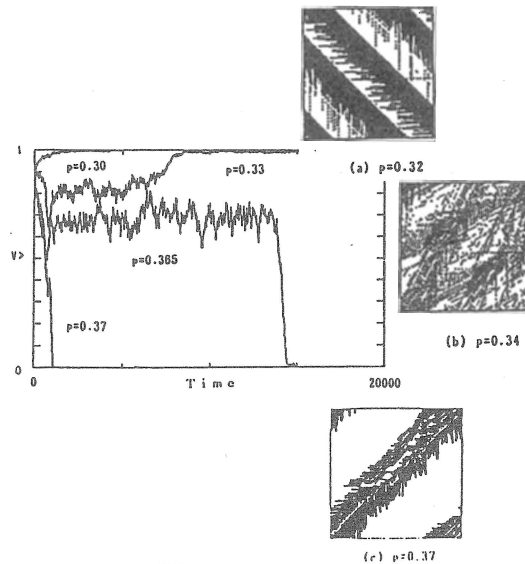


図1

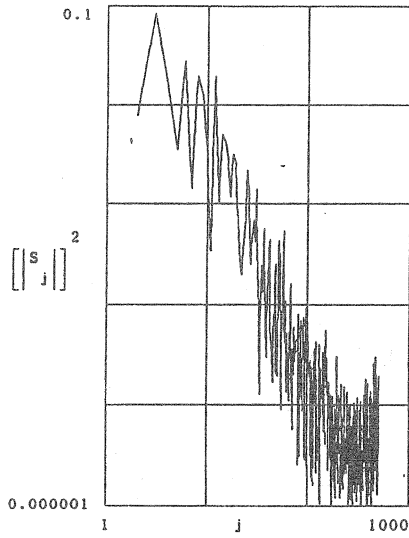


図2

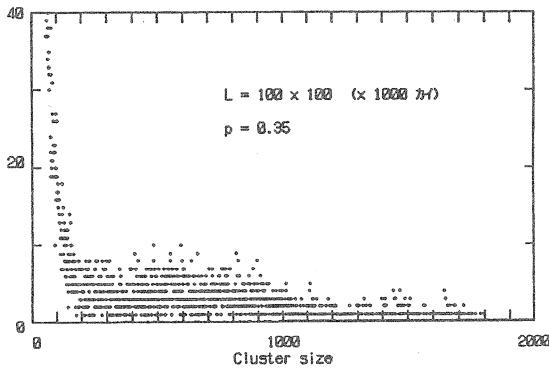


図3

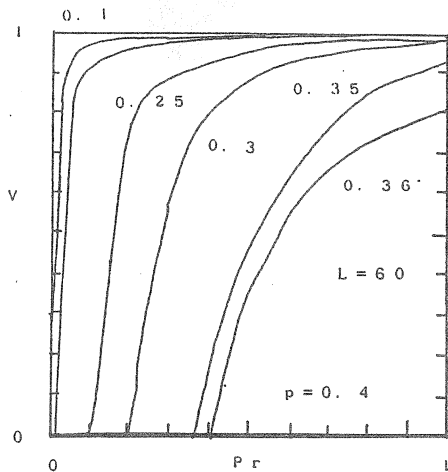


図4

依存し、低密度 ($p < p_c$, $p_c \sim 1/3$) では、車は自由に動き ($v=1$: 自己組織化相)、高密度では、系全体が渋滞状態 ($v=0$: 渋滞相) に転移する。

図1には、 p_c に近い密度の場合の平均速度の時間変化と到達状態の格子の状態を示す。 p_c に極近い密度の場合、 v は長い時間0と1の間をゆらぎ変動する。この間、局所的渋滞の塊(クラスタ)が発生したり、消滅したりしている。図2は、その v の変動のパワースペクトラムである。図3はクラスタの大きさの分布である。

3 slow carによる渋滞相転移

今、車の1台が故障してスピードが落ちたり、停止してしまったときを扱う。容易に想像できることであるが、車が自由に動ける低密度でも、故障車の後に渋滞が発生する。図4に p をパラメータにした、平均速度 v の故障車の速度 p_c 依存性を示した。故障車が完全に停止したときに($p_c = 0$)、発生する渋滞に含まれる車の数の成長には、二つの過程があり、初期過程は、 $\sim t^{1.9}$ 、第二過程は、 $\sim t^{1.1}$ という時間の中で表される。

4 二次元セルの相転移とゆらぎ

二次元セルのBihamモデルでは、シミュレーションの結果から推測すると、格子サイズ $L=\infty$ の極限で、相転移密度 $p_c=1/3$ であるように思われる。この相転移密度を検討してみる。

車の初期分布を通常の乱数を使ってランダムに配置させると、 $p > 1/3$ のとき、多くの場合渋滞相になる。しかし車を最初に、

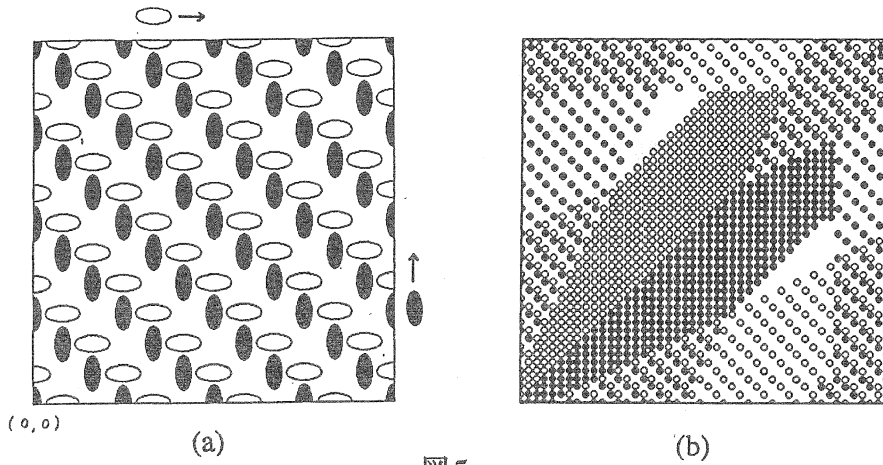


図5

ある特別の配置に配置すれば、 $p > 1/3$ でも、 $v=1$ の全車が自由に動ける状態が作れる。その配置を図5(a)に示す。この密度は $p=2/3$ である。この配置は、最もパッキング状態の高い自己組織化配置である。この $p=2/3$ の自己組織化配置は、 $L=\infty$ の極限で、車が均一的に配置された平均場近似とつながると考えられる。さてこの配置で、ある1台の車が動かなくなれば、渋滞が発生する。この渋滞が成長中に、故障が治り、またその車が走り始めれば、渋滞の先頭から渋滞は解消し始める(図5(b))。渋滞の成長過程は、一般密度 p まで拡張すると、次のように表される。

$$dn_c/dt = p^2 t / (1-p)(2-p) \quad (0 < t < (1-p/2)L) \quad (1)$$

$$dn_c/dt = p^2 L / 2(1-p) \quad ((1-p/2)L < t) \quad (2)$$

n_c は、渋滞中の車数である。消滅過程も二つの過程があり、

$$dn_c/dt = -t \quad (0 < t < (1-p/2)L) \quad (3)$$

$$dn_c/dt = -pL \quad ((1-p/2)L < t) \quad (4)$$

と表せる。渋滞の盛衰は、この成長過程と消滅過程の競合による。系全体が渋滞相に転移する転移密度は、それぞれの第2過程から、

$$p_c = 2/3 \quad \text{となる。}$$

この密度より高密度では渋滞は成長を続け、低密度では渋滞は消滅する。この転移密度は、均一な分布における臨界密度を示している。即ち密度のゆらぎ

が、まったく無い場の転移に対応している。密度のゆらぎが、転移密度を押し下げていると思われる。このゆらぎ効果の一端は、渋滞クラスタの成長の時間の指数が1(2式)から~1.1へずれている点にもあらわれている。

今、相転移に及ぼすゆらぎの効果を調べるために、密度のゆらぎ(位置、数)の中で、数のゆらぎを抑えたシミュレーションを試みた。即ち、各行の右行き車及び各列の上行き車の数をすべて同数にし、その位置はランダムに

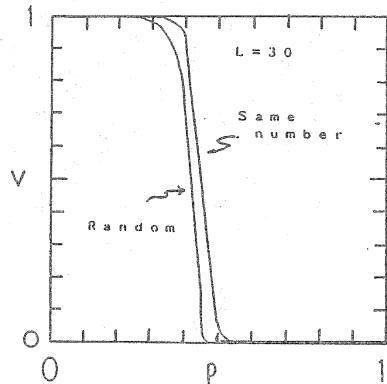


図6

配置した。図6に平均速度の密度変化を示した。相転移密度は、高密度側へシフトしている。なお、この車数を同じにしたことにより、収束する状態は、渋滞相、自己組織化相、変動相の他に、平均速度が周期的に変動する相と定数($V = m/N_i$, N_i :各行上の車数、 m :整数)になる相が現れる。このように相転移を支配しているのは、“ゆらぎ”であり、セルオートマトンの場合、周期条件を境界条件としているセルサイズも関わっている。

謝辞

本研究は、(財)小川科学技術財団より一部助成を受けて成されたものです。

参考文献

- [1] 高安 秀樹: フラクタル (朝倉書店 1986)
- [2] S. Wolfram: Rev. Mod. Phys. 55 601 (1983)
- [3] O. Biham, A. A. Middleton and D. Levine: Phys. Rev. A46 6124 (1992)
- [4] T. Nagatani: J. Phys. Soc. Jpn. 63 52 (1994)
- [5] T. Nagatani: J. Phys. Soc. Jpn. 63 1228 (1994)
- [6] M. Fukui and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 62 3841 (1993)
- [7] Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 63 2882 (1994)
- [8] S. Yukawa, M. Kikuchi and S. Tadaki: J. Phys. Soc. Jpn. 63 3609 (1994)
- [9] S. Tadaki and M. Kikuchi: Phys. Rev. E50 no.6 (1994)