2次元交通量モデルにおける渋滞相の性質

佐賀大学理工学部情報科学教室: 只木進一*

1 序論

従来、交通量の問題は流体力学的な取り扱い (Burgers 方程式など) がなされてきた。離散的モデルを用いることによって、計算機シミュレーションが実行しやすくなるため、近年、セルオートマトン (CA) を使ったモデル化が幾つかなされている。最も簡単なモデルは Wolfram の分類上 184 番と名付けられたものである [1]。このモデルは、その簡単さにも関わらず、高密度側で渋滞への相転移を示す。車の速度の変化を考慮したモデルや、障害物の効果がこれまで 1 次元モデルで研究されてきている [3]。

2 次元モデルは都市などのある領域内の交通網に発生する渋滞の非常に抽象化されたモデルと考えられる。Biham たちは、簡単な 2 次元のモデルで相転移が起こることを示した [2]。本講演では、彼らのモデルにおける渋滞相の性質について議論する。

2 モデル

ここで扱うのは Biham らの model-I である。車は周期境界条件の課せられた $N \times N$ の正方格子上に分布している。各 site の状態は

$$\begin{array}{ccl} \sqcup & : & \text{no car} \\ \rightarrow & : & \text{右向きの車} \\ \uparrow & : & \text{上向きの車} \end{array}$$

である。つまり、このモデルは 2 次元 3 状態 CA である。右向きの車の数を $N_{\rightarrow}$、上向きの車の数を $N_{\uparrow}$、ただし $N_{\rightarrow} = N_{\uparrow}$ とし、密度を $p = p_{\rightarrow} + p_{\uparrow}$, $p_d = N_d/N^2$ $(d = \rightarrow, \uparrow)$ で定義する。右向きの車は右隣の site が空いている時、上向きの車は上隣の site が空いている時、それぞれ 1 site だけ動くことが出来る。また、系全体に交通信号があり、偶数時間は上向きの車だけが、奇数時間は右向きの車だけが動くことが出来る。

十分時間が経過した後の平均の速度 $\bar{v}$ を調べることによって相転移を定義することが出来る。低密度側 ($p \leq p_c$, $p_c \sim 0.35$) では車は自由に動き ($\bar{v} = 1$)、高密度側 ($p \geq p_c$) では渋滞で停止する ($\bar{v} = 0$)。渋滞によって車が完全に停止してしまう原因は、右向き上向きのそれぞれの車が相互に相手の進路を妨害することによる。一方 1 次元の場合には、$\bar{v}$ は転移点からなめらかに減少する。

*Electronic Address : tadaki@ai.is.saga-u.ac.jp

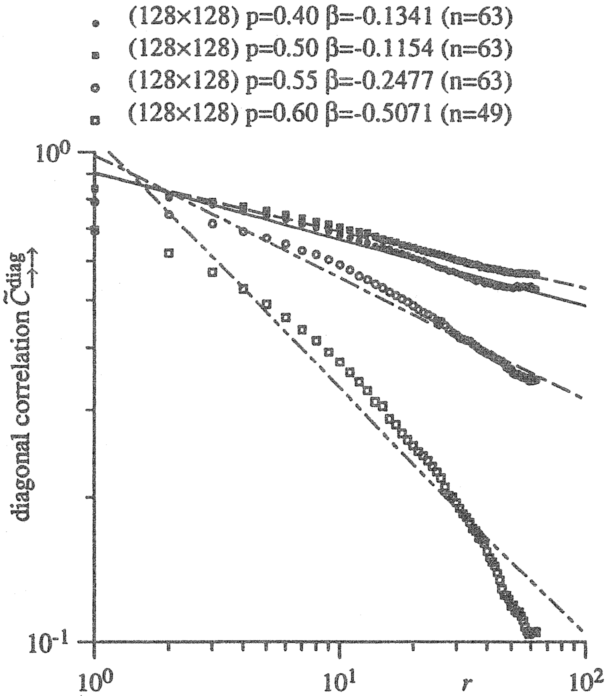

図 1: 低密度渋滞での対角方向の空間相関

3　空間相関

Biham らの model-I で、渋滞相の性質を調べる。低密度で起こる渋滞 ($p_c \le p \le p_t$, $p_t \sim 0.6$) では、45°の右上がりの線上に渋滞の核が並び、水平方向及び垂直方向に渋滞の枝が伸びている。つまり、対角的な方向に空間的長距離相関 (同じ方向の車同士の相関) があることが分かる。また低密度の場合、ランダムな初期条件から開始した場合、渋滞が起こるまでの時間が長い。このような渋滞は、郊外の道路で、工事や事故で幹線道路に渋滞が生じ、その幹線道路へ流入する道路にも渋滞が広がった状態に対応していると考えられる。

一方、高密度 ($p_t \le p \le 1$) では、小さな渋滞が系を被い尽くす。ランダムな初期状態から渋滞が起こるまでの時間は短く、同じ向きの車同士の空間的相関は現れず、初期状態の持っていたランダムさが残っていると考えられる。このような渋滞は大都市での渋滞に対応していると考えられる。つまり、一つの渋滞からの脱出は、単に次の渋滞の最後尾へ追いつくことしか意味しないような場合である。

向き $d = \rightarrow (\uparrow)$ の車両の分布を $\rho_d(\vec{r}) = \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{R}_{d,i})$ とする。ここで $\vec{R}_{\rightarrow,i}(\vec{R}_{\uparrow,i})$ は i 番目の右向き (上向き) の車両の位置である。これを用いて相関関数を

$$C_{dd'}(\vec{r}) = \frac{1}{n_d}\langle \sum_{\vec{x}} \rho_d(\vec{x})\rho_{d'}(\vec{x}+\vec{r})\rangle \tag{1}$$

で定義する。ここで $\langle\rangle$ はサンプル平均を表す。同じ向き同士の場合、相関がなければ C_{dd}

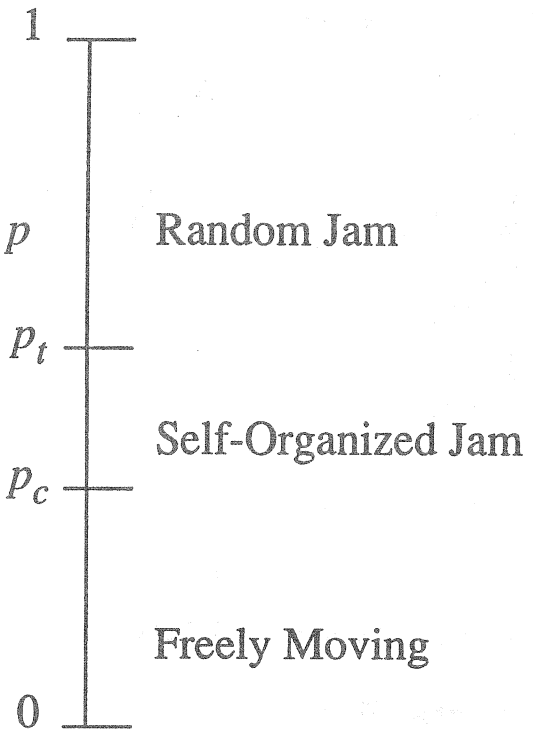

図 2: 2 次元 CA 交通流モデルの相図

は密度 p_d となるので、規格化した相関関数

$$\tilde{C}_{dd}(\vec{r}) = \frac{C_{dd}(\vec{r}) - p_d}{1 - p_d} \tag{2}$$

を導入することができる。低密度渋滞では、全系にわたる対角方向に強い相関が見られるが、高密度渋滞では殆んど相関は失われてしまう。対角方向の相関 $\tilde{C}_{dd}^{\rm diag}(r)$ を $\tilde{C}_{dd}(r(\hat{x}+\hat{y}))$ で定義して図 1 に示す。低密度渋滞では

$$\tilde{C}_{dd}^{\rm diag}(r) \sim r^{-\beta}, \qquad \beta \sim 0.1 \tag{3}$$

であることがわかる。高密度の渋滞では、巾に従う領域が急速に短くなり、むしろ指数関数型の空間相関を示す。単距離での相関を巾でフィットして、その指数の変化から低密度渋滞から高密度渋滞への相転移を定義することが可能である。同様に、指数関数でフィットして相関長を定義すると、この転移点で相関長がシステムサイズに達する。このように、低密度では、相関は巾に従い、自己組織が進んでいると考えられる (自己組織化した渋滞)。高密度では相関は指数関数に従い、初期状態の乱雑さが残っている (乱雑な渋滞) (図 2)[4]。

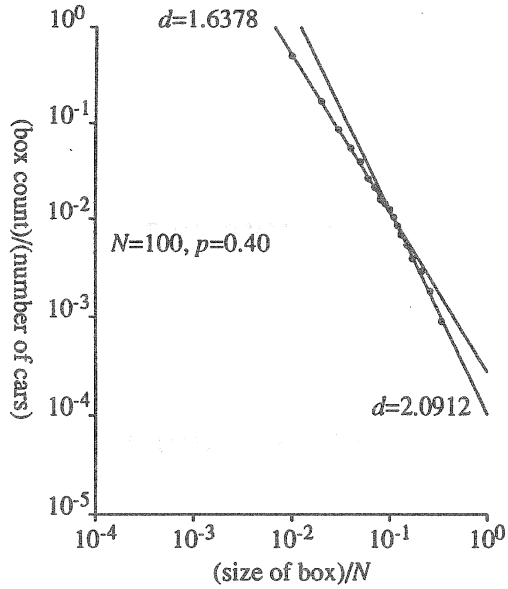

図 3: Box counting による fractal 次元の計算 (右向きの車の場合)

4 渋滞状態の fractal 次元

低密度での自己組織された渋滞で同じ向きの車の間の空間相関が巾則に従うことから、fractal 構造が予想される。Box Counting 法で fractal 次元を求めると図 3のような結果を得る。低密度での fractal 次元 d が空間次元 $D = 2$ より小さいので、密度を上げれば fractal 構造が消滅し、巾則が消えるのは自然である。

一方、車の向きを考慮しない場合の fractal 次元はほぼ空間次元に等しい。このことは、高密度渋滞で右向きと上向きの車が均等に混じって渋滞が起こっているのに対して、低密度での渋滞では主として右向きの車からなる渋滞と主として上向きの車からなる渋滞に分離するという渋滞の様相と良く一致している。

5 おわりに

本研究では、最も簡単な 2 次元交通流セルオートマトンモデルにおいて、渋滞相の空間構造についてその相関及びフラクタル次元、更に自己組織された渋滞から乱雑は渋滞への相転移について検討した。最後にセルオートマトンを使ったモデル化が持っている問題点について若干コメントしたい。

まず、交通流のモデル化という観点から見た時、従来の流体モデルや他の連続モデルとの対比が十分に行なわれていない。また、それぞれのモデルが現象のどのような面を説明し得るのかが十分に検討されていないように思われる。この観点から言うと、より実証的な研究が必要とされており、モデルの複雑化に向かう可能性が高い。

一方、交通流モデルを非等方排除過程の一つのモデルであるという観点から見ると、ある程度簡単なモデルでモデルの持つ性質を十分に検討する必要が出てくる。特に、相転移、相関、定常あるいは平衡状態など、ある種の統計的性質の議論が必要であろう。また、この観点に立てば、他の同様のモデルで記述される現象、例えば粒状流や表面吸着などとの対比も必要であろう。

謝辞

本講演は菊池誠氏との共同研究に基づくものです。

参考文献

[1] S. Wolfram, *Rev. Mod. Phys.* **55**, 601 (1983).

[2] O. Biham, A. A. Middleton and D. Levine, *Phys. Rev.* A **46**, 6124 (1992).

[3] 例えば、S. Yukawa, M. Kikuchi and S. Tadaki, *J. Phys. Soc. Japan* **63**, 3609 (1994).

[4] S. Tadaki and M. Kikuchi, *Phys. Rev.* E **50**, no. 6 (1994).